

Ausarbeitung

„Mathematik im Zoo“

im Rahmen des Moduls L3M-MD der mathematikdidaktischen Vertiefung

Semester: Sommersemester 2019

Verfasserin: N.K.

Inhaltsverzeichnis

1. Sachanalyse des Arbeitsauftrages

1.1 aus biologischer und physikalischer Sicht.....4

1.2 aus mathematischer Sicht.....11

2. Entwicklung des Frankfurter Zoobesuchs – Didaktische Analyse.....15

3. Quellenverzeichnis.....18

Anhang

Anmerkung: Die Ausarbeitung ist entsprechend dem Entstehungsprozess des konkreten Arbeitsauftrages und damit der Planung des Zoobesuchs inklusive Vor- und Nachbereitung gegliedert. Im ersten Kapitel wird die Frage, wie lang es dauert, bis das australische Süßwasserkrokodil im Wasser auf die Wassertemperatur abkühlt, fachlich erfasst, wobei biologische und physikalische Gesichtspunkte aufgrund ineinander übergreifender Konzepte zusammen dargestellt werde. Die mathematische Sachanalyse erfolgt getrennt und wird in Verbindung mit einer möglichen Lösungsskizze durchgeführt. Erst auf Grundlage dieses fachlichen Wissens kann der Zoobesuch mit einem konkreten Arbeitsauftrag und der Vor- und Nachbereitung in einem zweiten Kapitel entwickelt werde. Hier werden neben den fachlichen Grundlagen weitere didaktische Gesichtspunkte bei der Planung berücksichtigt.

1. Sachanalyse des Arbeitsauftrages

1.1 aus biologischer und physikalischer Sicht

Lebewesen sind offene Systeme, die im ständigen Energie- und Stoffaustausch mit ihrer Umwelt stehen. Hier miteinbegriffen ist der Austausch von Wärme als eine Form der Energie, die in der thermischen Bewegung der Atome und Moleküle steckt und deren Stärke durch die Temperatur angegeben wird (vgl. Harten, 2017, S. 133-134). Wärme wird durch die Mechanismen der Radiation, Konduktion und Konvektion vom biologischen Körper sowohl aufgenommen als auch abgegeben, wobei bezüglich letzteren die Evaporation einen weiteren Mechanismus der Wärmeabgabe darstellt. Weiterhin sind biologische Körper in der Lage etwa durch den Stoffwechsel oder durch Muskelbewegung Wärme zu generieren (vgl. Nachtigall, 2006, S. 35). Der Wärmefluss, welcher die zeitliche Änderung der Wärmeenergie erfasst und dementsprechend als Leistung in [J/s] angegeben wird (vgl. Nachtigall, 2006, S. 170), erfolgt dabei stets, entsprechend dem zweiten Satz der Thermodynamik, entlang des Temperaturgradienten, also vom Ort wärmerer zum Ort kälterer Temperatur (vgl. URL1). Folglich ergibt sich für die in einem bestimmten Zeitintervall δt auftretende Änderung des Wärmehalts eines Tieres δQ_{total} (Wärmefluss) folgende Bilanzgleichung: $\delta Q_{\text{total}} = M - W - Q_E - Q_C - Q_K - Q_R$. M steht dabei für die im Stoffwechsel während des betreffenden Zeitintervalls produzierte Wärme (Grundumsatz), W für die vom Tier im Zeitintervall geleistete Arbeit (Leistungsumsatz), Q_E für den Wärmefluss durch Evaporation, Q_C für denjenigen durch Konvektion, Q_K für denjenigen durch Konduktion und Q_R für den Wärmefluss durch Radiation. Die vier zuletzt genannten gehen bei der Wärmeabgabe an die Umgebung mit positiven Vorzeichen und bei der Wärmeaufnahme aus der Umgebung mit negativen Vorzeichen in die Bilanzgleichung ein (vgl. Penzlin, 2009, S. 461).

Unter Konduktion (Wärmeleitung) wird die direkte Übertragung kinetischer Energie von Molekül zu Molekül, entweder innerhalb eines Körpers oder zwischen sich berührenden Körpern verstanden. Ersteres ist etwa bei der Wärmeleitung innerhalb eines Metallstabes der Fall, letzteres etwa beim Sitzen oder Liegen (vgl. Penzlin, 2009, S. 459). Bei Tieren nimmt die Wärmeleitung als ein Mechanismus des Wärmeflusses zwischen Körperkern und Körperoberfläche, aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit tierischen Gewebes, nur eine untergeordnete Rolle ein (vgl. Clauss & Clauss, 2007, S. 251). Der Wärmefluss mittels Wärmeleitung wird durch folgende Gleichung erfasst: $\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U)$. Dabei steht A für die freie Hautoberfläche in [m²], λ für den Wärmedurchgangskoeffizient in [J*m⁻²*s⁻¹*K⁻¹], T_H für die Hauttemperatur in [K] und T_U für die Umgebungstemperatur in [K] (vgl. Nachtigall, 2006, S. 35).

Unter Konvektion (Wärmetransport) wird die Ableitung von Wärmeenergie innerhalb eines Körpers bzw. an der Körperoberfläche durch die Bewegung des Innen- bzw. Außenmediums (Blut bzw. Luft/Wasser) verstanden. Damit ist der Wärmetransport stets mit einem Materietransport verbunden (Clauss & Clauss, 2007, S. 253). Das Außenmedium nimmt hierbei zunächst Wärme durch Leitung von der Körperoberfläche auf, anschließend steigt das Medium, aufgrund der geringeren Dichte, welche durch den Wärmeinput verursacht ist, nach oben und kälteres Medium folgt von unten, sodass stets eine gewisse Strömung des Mediums (etwa Luft oder Wasser) auch ohne zusätzliche aktive Bewegung an der Körperoberfläche vorhanden ist. Der hiermit verbundene Wärmetransport wird als freie Konvektion bezeichnet, wohingegen die zusätzliche Erhöhung der Wärmeabgabe durch eine erhöhte Geschwindigkeit des Außenmediums als erzwungene Konvektion bezeichnet wird. Der Wärmestrom durch Konvektion wird durch folgende Gleichung erfasst: $\delta Q_C = A * h_C * (T_H - T_U)$, dabei steht A für die freie Hautoberfläche in $[m^2]$, T_H für die Hauttemperatur in $[K]$, T_U für die Umgebungstemperatur in $[K]$ und h_C für den konvektiven Übergangskoeffizienten in $[J*s^{-1}*m^{-2}*K^{-1}]$ (vgl. Penzlin, 2009, S. 459-460).

Unter Radiation (Wärmestrahlung) wird die Emission (Abstrahlung) elektromagnetischer Energie eines jeden Körpers bezeichnet, wobei dieser zugleich Strahlung anderer Körper absorbieren kann. Ersteres führt zur Wärmeabgabe, letzteres zur Wärmeaufnahme (vgl. Moyes & Schulte, 2008, S. 657-658). Folgende Gleichung erfasst den Wärmefluss durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4)$, dabei steht A für die freie Hautoberfläche in $[m^2]$, T_H für die Hauttemperatur in $[K]$, T_U für die Umgebungstemperatur in $[K]$, σ für die Stefan-Boltzmann-Konstante von $5,67 * 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$ und ϵ_H bzw. ϵ_U für den Emissionsfaktor der Haut bzw. der Umgebung. Letztere nehmen einen Wert zwischen 0 und 1 an, wobei ein idealer schwarzer Körper, der alle Strahlung absorbiert, einen Emissionsfaktor von 1 und ein idealer Spiegel, der alle Strahlung reflektiert einen Emissionsfaktor von 0 besitzt (vgl. Heldmaier, Neuweiler & Rössler, 2013, S. 136-137).

Die Mechanismen der Konduktion, Konvektion und Radiation werden unter dem Begriff der trockenen Wärmeabgabe zusammengefasst, wobei die Wärmeabgabe stets durch einen Temperaturgradienten bedingt ist. Die einzige Möglichkeit Wärme entgegen des Temperaturgradienten abzugeben besteht in dem Mechanismus der Evaporation: der Verdunstung von Wassermolekülen an der Haut oder den Atemwegen (vgl. Penzlin, 2009, S. 460). In Penzlin (2009, S. 460) ist eine Gleichung zur Erfassung des Wärmeflusses der Evaporation beschrieben auf die, mit Blick auf den Arbeitsauftrag und den begrenzten Rahmen dieser Ausarbeitung nicht näher eingegangen wird.

Der dargestellte Wärmefluss zwischen einem Tier und seiner Umgebung ist insofern relevant, als alle physiologischen Prozesse temperaturabhängig sind, sodass thermoregulatorische Mechanismen für die Überlebens- und Leistungsfähigkeit eines jeden Tieres essenziell sind (vgl. Moyes & Schulte, 2008, S. 655). Dabei unterscheiden sich verschiedene Arten hinsichtlich des Präferenzbereichs, also dem Temperaturbereich, in dem eine optimale Entwicklung möglich ist (vgl. Penzlin, 2009, S. 451). Innerhalb der Vertebraten haben sich im Laufe der Evolution zwei Hauptstrategien des Umgangs mit sich verändernden Umweltbedingungen ergeben: die Ektothermie und die Endothermie (vgl. Schwarzstein & Hildebrandt, 2009, S. 9). Die Bezeichnungen beziehen sich dabei auf die physiologischen Mechanismen, welche die Körpertemperatur bestimmen. Bei Ektothermen wird diese größtenteils durch die Umgebungstemperatur, bei Endothermen hingegen größtenteils durch die Wärme, welche während des Metabolismus erzeugt wird, bestimmt. Letztere können so die Körpertemperatur relativ konstant halten und werden als *homoiotherm* bezeichnet, die Körpertemperatur ersterer hingegen schwankt mit der Umgebungstemperatur, sie werden als *poikilotherm* bezeichnet (vgl. Moyes & Schulte, 2009, S. 662). Vögel und Säuger zählen zu den homoiothermen Tieren, alle anderen Taxa werden als poikilotherm bezeichnet, wobei bezüglich letzteren zwischen Konformatoren, deren Körpertemperatur nahezu stets der Umgebungstemperatur entspricht, und Regulatoren, die ihre Körpertemperatur zweifachweise beschränkt regulieren können, unterschieden wird. Bezüglich der Art der Regulation wird die Gruppe der Regulatoren in ektotherme und endotherme Regulatoren unterteilt. Letztere regulieren ihre Körpertemperatur durch endogene Stoffwechselfvorgänge, was vor allem bei Insekten (z.B. der Biene) und einigen Fischen zu beobachten ist. Erstere, zu denen viele Invertebraten, Fische, Amphibien und Reptilien zählen, regulieren ihre Körpertemperatur durch Verhaltensanpassungen, wie etwa dem Aufsuchen von schattigen Plätzen bei Hitze oder dem Sonnenbaden bei Kälte (vgl. Clauss & Clauss, 2007, S. 245-246).

Zu den ektothermen Regulatoren zählt das australische Süßwasserkrokodil *Crocodylus johnsoni*, welches sich zum Wärmen in die Sonne legt und zur Kühlung (oder zur Jagd) ins Wasser begibt, wobei es hier aufgrund der fehlenden Isolierung etwa durch Haare oder durch eine unter der Hautoberfläche liegende Fettschicht, sehr schnell abkühlt. Das Maul ist während dem Sonnenbaden geöffnet, um zu verhindern, dass das Gehirn zu stark erhitzt. Zudem wird hier durch die gut durchblutete und feuchte Mundschleimhaut mittels Evaporation Wärme abgegeben (vgl. URL2). *Crocodylus johnsoni* kommt im Süßwasser außerhalb der Tidezonen der Flüsse des tropischen Northern Territorys und in einigen Teile von Queensland und Western Australia vor. Mit einer maximalen Länge von 3 m und einem maximalen Gewicht

von 90 kg ist es im Vergleich zum Leistenkrokodil wesentlich kleiner und leichter. Vor allem die schmale spitze Schnauze ist charakteristisch für das australische Süßwasserkrokodil (vgl. URL3).

1.2 aus mathematischer Sicht

Es gilt zu ermitteln, wie lang es dauert, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken auf die Wassertemperatur abkühlt. Da es sich beim australischen Süßwasserkrokodil um einen ektothermen *Regulator* handelt, muss eine erste Vereinfachung formuliert werden: Im Folgenden wird angenommen, dass die Körpertemperatur des australische Süßwasserkrokodils im Gehege der Umgebungstemperatur und im Becken der Wassertemperatur entspricht. Bei den Zoobetreuern können die jeweiligen Temperaturangaben erfragt werden: Die Umgebungstemperatur im Gehege entspricht 32 °C, die Wassertemperatur des Beckens in etwa 25 °C. Weiterhin wird zwischen der Körperoberflächen – und Körperkerntemperatur aufgrund steigender Komplexität bezüglich der Bearbeitung der Aufgabe nicht unterschieden und damit wird ebenso der Wärmeverlust durch Wärmeweiterleitung von Körperkern zur Körperoberfläche mittels Konduktion oder Konvektion nicht berücksichtigt (zweite und dritte Vereinfachung).

Um die weiter oben beschriebene Frage zu beantworten, muss erst ermittelt werden, wie viel Wärmeenergie das australische Süßwasserkrokodil abgeben muss, damit es um 1 °C (bzw. 1 K) abkühlt. Folgende Gleichung erfasst den Sachverhalt: $Q = m * c * (T_2 - T_1)$, wobei Q für die Wärmeenergie in Joule [J] steht, die nötig ist, um einen Körper von der Temperatur T_1 in [K] auf die Temperatur T_2 in [K] zu ändern, m steht für die Masse in [kg] und c für die spezifische Wärmekapazität des Körpers in [J/kg*K] (Hüttermann, Kreibig, Trautwein, 2014, S. 124). Angewandt auf die Fragestellung ergibt sich für $\delta T = 1 \text{ °C} = 1 \text{ K}$ (Gleichheit gilt, da wir hier eine Differenz betrachten) und für $m = 90 \text{ kg}$ (siehe weiter oben). Die spezifische Wärmekapazität des australischen Süßwasserkrokodils oder allgemein eines Krokodils ist in der Literatur nicht auffindbar, sodass eine vierte Vereinfachung getroffen werden muss, indem für c die spezifische Wärmekapazität des Körpergewebes in Durchschnitt von etwa 3,5 kJ/kg*K = 3500 J/kg*K (vgl. URL4) verwendet wird. Hieraus ergibt sich für $Q = 90 \text{ kg} * 3500 \text{ J/kg*K} * 1 \text{ K} = 315000 \text{ J}$. Damit muss das australische Süßwasserkrokodil 315000 J Wärme verlieren, um seine Körpertemperatur um 1 °C (= 1 K) zu verringern.

Nun gilt es zu ermitteln, wie hoch der Netto-Wärmefluss (als Differenz zwischen aufgenommener und abgegebener Wärme pro Sekunde) des australischen Süßwasserkrokodils im Wasser ist. Mithilfe der im Kapitel 1.1 dargestellten Formel $\delta Q_{\text{total}} = M - W - Q_E - Q_C - Q_K - Q_R$ lässt

sich dieser Sachverhalt ermitteln, wobei unter Wasser keine Evaporation stattfindet, da keine notwendige Abgabe von Wärme entgegen des Temperaturgradienten erforderlich ist, wie etwa außerhalb des Wassers bei starker Hitze. Weiterhin gestaltet sich die Ermittlung des Leistungsumsatzes W des australischen Süßwasserkrokodils, wenn es etwa im Wasser zu schwimmen beginnt, als sehr schwer, sodass hier eine fünfte Vereinfachung formuliert werden muss: Es kann angenommen werden, dass sich das australische Süßwasserkrokodil im Wasser nicht bewegt, sodass der Leistungsumsatz W bei 0 J liegt. Dieser Sachverhalt bedingt das Fehlen des Mechanismus der gezwungenen Konvektion, sodass im Folgenden lediglich der Wärmeverlust durch die freie Konvektion berücksichtigt werden kann (sechste Vereinfachung). Aufgrund der fehlenden chemischen und mechanischen Arbeit kann zudem angenommen werden (siebte Vereinfachung), dass die durch den Metabolismus produzierte Energie vollständig als Wärme abgegeben wird (vgl. Nachtigall, 2006, S. 34). Der Grundumsatz eines Krokodils beträgt $250 \text{ kJ/d} = 250000 \text{ J/Tag} = \frac{31250}{3} \text{ J/h} = \frac{3125}{18} \text{ J/min} = \frac{625}{216} \text{ J/s}$, gerundet auf die zweite Nachkommastelle ergeben sich $2,89 \text{ J/s}$ (vgl. URL5). An dieser Stelle muss eine weitere (achte) Vereinfachung aufgrund steigender Komplexität bei der Bearbeitung der Aufgabe formuliert werden, welche die Stoffwechselrate poikilothermer Tiere betrifft, die bei einer Temperaturerhöhung um 10°C um den Faktor 2-3 steigt (Q_{10} -Effekt, vgl. Clauss & Clauss, 2007, S. 244). Im Folgenden wird angenommen, dass der Stoffwechsel keine Abhängigkeit von der Umgebungstemperatur aufweist und damit konstant $2,89 \text{ J/s}$ beträgt.

Letztlich gilt es noch die Wärmeabgabe durch Konduktion, Konvektion und Radiation pro Sekunde zu ermitteln, wobei, wie aus der Ausführung weiter oben gefolgert werden kann, lediglich bezüglich der Konduktion und Konvektion die äußeren Wärmeflüsse, also zwischen Tier und Umgebung, nicht innerhalb des Tieres, berücksichtigt werden. Die dazugehörigen Formeln sind in Kapitel 1.1 dargestellt, wobei hier von einer konstanten Temperaturdifferenz $T_2 - T_1$ ausgegangen wird. In unserem Beispiel nimmt die Temperaturdifferenz mit zunehmender Zeit ab, sodass die genannten Formeln für die aktuelle Körpertemperatur und der konstant angenommenen Wassertemperatur (von 25°C) stets neu angewandt werden müssen. Insgesamt ergeben sich sieben Rechnungen, welche den Wärmefluss pro Sekunde ($\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R$, M konstant bei $2,89 \text{ J/s}$) bezüglich einer Körpertemperatur T_H von 32°C , 31°C , 30°C , 29°C , 28°C , 27°C , 26°C (bei einer Körpertemperatur von 25°C findet aufgrund des fehlenden Temperaturgradienten kein Wärmefluss statt) erfassen, um anschließend mit dem weiter oben ermittelten Wert der Wärmeabgabe bei einer Abkühlung um 1°C bzw. 1 K von 315000 J/s , die für die Abkühlung der Körpertemperatur jeweils um 1°C bzw. 1 K erforderliche Zeit zu ermitteln.

In den folgenden Rechnungen wird für den Wärmedurchgangskoeffizienten bezüglich des Wärmeflusses durch Konduktion der Wärmedurchgangskoeffizient eines nackten Menschen (neunte Vereinfachung) von $10 \text{ J/sm}^2\text{K}$ verwendet (vgl. URL6, S. 5), da in der Literatur keine besseren Näherungen auffindbar sind. Für den konvektiven Übergangskoeffizienten bezüglich des Wärmeflusses durch Konvektion wird der Mittelwert für ruhendes Wasser von etwa $475 \text{ J/sm}^2\text{K}$ gewählt (vgl. URL7). Für die Berechnung des Wärmeflusses mittels Radiation beträgt der Emissionsfaktor des Wassers etwa 0,98 (vgl. URL8, S. 6) und die der tierischen Oberfläche durchschnittlich etwa 0,9 (vgl. Heldmaier et al., 2013, S. 137).

Die für alle drei Formen des Wärmeflusses erforderliche Größe der Körperoberfläche des australischen Süßwasserkrokodils kann abgeschätzt werden. Der Schwanz besitzt in etwa die Form eines Quaders mit einer Länge von 110 cm, einer Höhe von 14 cm und einer Tiefe von 10 cm (lateral betrachtet), hieraus ergibt sich, unter Abzug der Seite, welche mit dem Rumpf verbunden ist, eine Oberfläche von $(2 \cdot 110 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm}) + (2 \cdot 110 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}) + (14 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}) = 5420 \text{ cm}^2$. Der Rumpf ist ebenfalls annähernd quaderförmig mit einer Länge von 100 cm, einer Höhe von 20 cm und einer Tiefe von 30 cm (lateral betrachtet), hieraus ergibt sich, unter Abzug der Seiten, welche mit dem Schwanz und dem Kopf verbunden sind, eine Oberfläche von $(2 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}) + (2 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}) = 10000 \text{ cm}^2$. Der Kopf zusammen mit der langen Schnauze ist dorsal, ventral und lateral betrachtet in etwa dreiecksförmig. Lateral betrachtet ergibt sich mit einer Länge von 50 cm und einer Höhe von 6 cm ein Flächeninhalt von 250 cm^2 . Dorsal und ventral betrachtet ergibt sich bei einer Länge von 10 cm und einer Höhe von 50 cm ein Flächeninhalt von 500 cm^2 . Die Oberfläche des Kopfes samt Schnauze beträgt folglich: $(2 \cdot 250 \text{ cm}^2) + (2 \cdot 500 \text{ cm}^2) = 1500 \text{ cm}^2$. Damit ergibt sich eine Gesamtkörperoberfläche von etwa $5420 \text{ cm}^2 + 10000 \text{ cm}^2 + 1500 \text{ cm}^2 = 16920 \text{ cm}^2 = 1,692 \text{ m}^2$ (Bemerkung: Alle Werte wurden durch Beobachten geschätzt).

Es ergeben sich folgende sieben Rechnungen (stets auf zweite Nachkommastelle gerundet):

1. *Wie lange dauert es, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken bei einer Wassertemperatur von $25 \text{ }^\circ\text{C}$, von $32 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $31 \text{ }^\circ\text{C}$ abkühlt?*

Wärmefluss durch Konduktion: $\delta Q_K = A \cdot \lambda \cdot (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 \cdot 10 \text{ J/sm}^2\text{K} \cdot (32 \text{ }^\circ\text{C} - 25 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,692 \text{ m}^2 \cdot 10 \text{ J/sm}^2\text{K} \cdot 7 \text{ K} = 118,44 \text{ J/s}$.

Wärmefluss durch Konvektion: $\delta Q_C = A \cdot h_c \cdot (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 \cdot 475 \text{ J/sm}^2\text{K} \cdot (32 \text{ }^\circ\text{C} - 25 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,692 \text{ m}^2 \cdot 475 \text{ J/sm}^2\text{K} \cdot 7 \text{ K} = 5625,9 \text{ J/s}$.

Wärmeverlust durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma \cdot A \cdot (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4) = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 \cdot 1,692 \text{ m}^2 \cdot [(0,9 \cdot (32 \text{ }^\circ\text{C})^4) - (0,98 \cdot (25 \text{ }^\circ\text{C})^4)] \approx 0,05 \text{ J/s}$.

Gesamtwärmefluss $\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R \approx 2,89 \text{ J/s} - 5625,9 \text{ J/s} - 118,44 \text{ J/s} - 0,05 \text{ J/s} = -5741,5 \text{ J/s}$.

Damit das australische Süßwasserkrokodil von $32 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $31 \text{ }^\circ\text{C}$ abkühlt, muss 315000 J Wärme abgegeben werden. Pro Sekunde werden $5741,5 \text{ J}$ Wärme abgegeben, damit benötigt das australische Süßwasserkrokodil ungefähr $54,86 \text{ s}$ um auf eine Körpertemperatur von $31 \text{ }^\circ\text{C}$ im $25 \text{ }^\circ\text{C}$ kalten Wasser abzukühlen.

2. *Wie lange dauert es, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken bei einer Wassertemperatur von $25 \text{ }^\circ\text{C}$, von $31 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $30 \text{ }^\circ\text{C}$ abkühlt?*

Wärmefluss durch Konduktion: $\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * (31 \text{ }^\circ\text{C} - 25 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * 6 \text{ K} = 101,52 \text{ J/s}$.

Wärmefluss durch Konvektion: $\delta Q_C = A * h_C * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * (31 \text{ }^\circ\text{C} - 25 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * 6 \text{ K} = 4822,2 \text{ J/s}$.

Wärmeverlust durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4) = 5,67 * 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 * 1,692 \text{ m}^2 * [(0,9 * (31 \text{ }^\circ\text{C})^4) - (0,98 * (25 \text{ }^\circ\text{C})^4)] \approx 0,04 \text{ J/s}$.

Gesamtwärmefluss $\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R \approx 2,89 \text{ J/s} - 4822,2 \text{ J/s} - 101,52 \text{ J/s} - 0,04 \text{ J/s} = -4920,87 \text{ J/s}$.

Damit das australische Süßwasserkrokodil von $31 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $30 \text{ }^\circ\text{C}$ abkühlt, muss 315000 J Wärme abgegeben werden. Pro Sekunde werden $4920,87 \text{ J}$ Wärme abgegeben, damit benötigt das australische Süßwasserkrokodil ungefähr $64,01 \text{ s}$ um auf eine Körpertemperatur von $30 \text{ }^\circ\text{C}$ im $25 \text{ }^\circ\text{C}$ kalten Wasser abzukühlen.

3. *Wie lange dauert es, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken bei einer Wassertemperatur von $25 \text{ }^\circ\text{C}$, von $30 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $29 \text{ }^\circ\text{C}$ abkühlt?*

Wärmefluss durch Konduktion: $\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * (30 \text{ }^\circ\text{C} - 25 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * 5 \text{ K} = 84,6 \text{ J/s}$.

Wärmefluss durch Konvektion: $\delta Q_C = A * h_C * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * (30 \text{ }^\circ\text{C} - 25 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * 5 \text{ K} = 4018,5 \text{ J/s}$.

Wärmeverlust durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4) = 5,67 * 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 * 1,692 \text{ m}^2 * [(0,9 * (30 \text{ }^\circ\text{C})^4) - (0,98 * (25 \text{ }^\circ\text{C})^4)] \approx 0,03 \text{ J/s}$.

Gesamtwärmefluss $\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R \approx 2,89 \text{ J/s} - 4018,5 \text{ J/s} - 84,6 \text{ J/s} - 0,03 \text{ J/s} = -4100,24 \text{ J/s}$.

Damit das australische Süßwasserkrokodil von $30 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $29 \text{ }^\circ\text{C}$ abkühlt, muss 315000 J Wärme abgegeben werden. Pro Sekunde werden $4100,24 \text{ J}$ Wärme abgegeben, damit benötigt das

australische Süßwasserkrokodil ungefähr 76,82 s um auf eine Körpertemperatur von 29 °C im 25 °C kalten Wasser abzukühlen.

4. *Wie lange dauert es, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken mit einer Wassertemperatur von 25 °C, von 29 °C auf 28 °C abkühlt?*

Wärmefluss durch Konduktion: $\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * (29 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * 4 \text{ K} = 67,68 \text{ J/s}$.

Wärmefluss durch Konvektion: $\delta Q_C = A * h_C * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * (29 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * 4 \text{ K} = 3214,8 \text{ J/s}$.

Wärmeverlust durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4) = 5,67 * 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 * 1,692 \text{ m}^2 * [(0,9 * (29 \text{ °C})^4) - (0,98 * (25 \text{ °C})^4)] \approx 0,02 \text{ J/s}$.

Gesamtwärmefluss $\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R \approx 2,89 \text{ J/s} - 3214,8 \text{ J/s} - 67,68 \text{ J/s} - 0,02 \text{ J/s} = -3279,61 \text{ J/s}$.

Damit das australische Süßwasserkrokodil von 29°C auf 28°C abkühlt, muss 315000 J Wärme abgegeben werden. Pro Sekunde werden 3279,61 J Wärme abgegeben, damit benötigt das australische Süßwasserkrokodil ungefähr 96,05 s um auf eine Körpertemperatur von 28 °C im 25 °C kalten Wasser abzukühlen.

5. *Wie lange dauert es, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken bei einer Wassertemperatur von 25 °C, von 28 °C auf 27 °C abkühlt?*

Wärmefluss durch Konduktion: $\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * (28 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * 3 \text{ K} = 50,76 \text{ J/s}$.

Wärmefluss durch Konvektion: $\delta Q_C = A * h_C * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * (28 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * 3 \text{ K} = 2411,1 \text{ J/s}$.

Wärmeverlust durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4) = 5,67 * 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 * 1,692 \text{ m}^2 * [(0,9 * (28 \text{ °C})^4) - (0,98 * (25 \text{ °C})^4)] \approx 0,02 \text{ J/s}$.

Gesamtwärmefluss $\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R \approx 2,89 \text{ J/s} - 2411,1 \text{ J/s} - 50,76 \text{ J/s} - 0,02 \text{ J/s} = -2458,99 \text{ J/s}$.

Damit das australische Süßwasserkrokodil von 28°C auf 27°C abkühlt, muss 315000 J Wärme abgegeben werden. Pro Sekunde werden 2458,99 J Wärme abgegeben, damit benötigt das australische Süßwasserkrokodil ungefähr 128,1 s um auf eine Körpertemperatur von 27 °C im 25 °C kalten Wasser abzukühlen.

6. *Wie lange dauert es, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken bei einer Wassertemperatur von 25 °C, von 27 °C auf 26 °C abkühlt?*

Wärmefluss durch Konduktion: $\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * (27 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * 2 \text{ K} = 33,84 \text{ J/s}$.

Wärmefluss durch Konvektion: $\delta Q_C = A * h_C * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * (27 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * 2 \text{ K} = 1607,4 \text{ J/s}$.

Wärmeverlust durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4) = 5,67 * 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 * 1,692 \text{ m}^2 * [(0,9 * (27 \text{ °C})^4) - (0,98 * (25 \text{ °C})^4)] \approx 0,01 \text{ J/s}$.

Gesamtwärmefluss $\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R \approx 2,89 \text{ J/s} - 1607,4 \text{ J/s} - 33,84 \text{ J/s} - 0,01 \text{ J/s} = -1638,36 \text{ J/s}$.

Damit das australische Süßwasserkrokodil von 27°C auf 26°C abkühlt, muss 315000 J Wärme abgegeben werden. Pro Sekunde werden 1638,36 J Wärme abgegeben, damit benötigt das australische Süßwasserkrokodil ungefähr 192,27 s um auf eine Körpertemperatur von 26 °C im 25°C kalten Wasser abzukühlen.

7. *Wie lange dauert es, bis das australische Süßwasserkrokodil im Becken bei einer Wassertemperatur von 25 °C, von 26 °C auf 25 °C abkühlt?*

Wärmefluss durch Konduktion: $\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * (26 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 10 \text{ J/sm}^2\text{K} * 1 \text{ K} = 16,92 \text{ J/s}$.

Wärmefluss durch Konvektion: $\delta Q_C = A * h_C * (T_H - T_U) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * (26 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) = 1,692 \text{ m}^2 * 475 \text{ J/sm}^2\text{K} * 1 \text{ K} = 803,7 \text{ J/s}$.

Wärmeverlust durch Radiation: $\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4) = 5,67 * 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 * 1,692 \text{ m}^2 * [(0,9 * (26 \text{ °C})^4) - (0,98 * (25 \text{ °C})^4)] \approx 0,003 \text{ J/s}$.

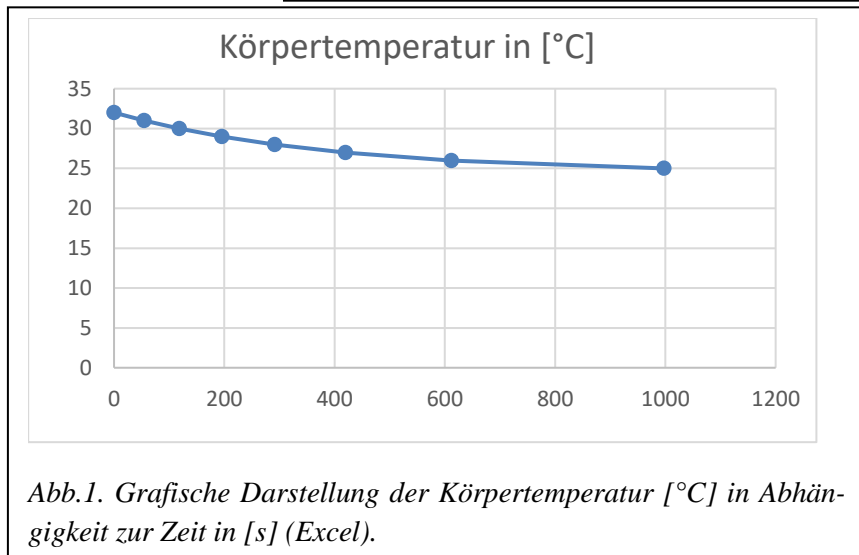
Gesamtwärmefluss $\delta Q_{\text{total}} = M - Q_C - Q_K - Q_R \approx 2,89 \text{ J/s} - 803,7 \text{ J/s} - 16,92 \text{ J/s} - 0,003 \text{ J/s} \approx -817,73 \text{ J/s}$. Damit das australische Süßwasserkrokodil von 26°C auf 25°C abkühlt, muss 315000 J Wärme abgegeben werden. Pro Sekunde werden 817,73 J Wärme abgegeben, damit benötigt das australische Süßwasserkrokodil ungefähr 385,21 s um auf eine Körpertemperatur von 25°C abzukühlen.

In Tabelle 1 bzw. Abbildung 1 ist die Körpertemperatur des australischen Süßwasserkrokodils in Abhängigkeit zur Zeit tabellarisch bzw. grafisch dargestellt. Nach 997,32 Sekunden besitzt das australische Süßwasserkrokodil eine Körpertemperatur von 25 °C. Erkennbar ist, dass die Abkühlung nicht linear, sondern exponentiell verläuft. In Tabelle 2 bzw. Abbildung 2 ist der Wärmefluss in Abhängigkeit zur Zeit tabellarisch bzw. grafisch dargestellt, wobei mit steigender Temperaturdifferenz der Wärmefluss proportional zunimmt. Die Zusammenhänge hatte

Newton erkannt und in dem sogenannten Newtonschen Abkühlungsgesetz zusammengefasst: $T(t) = T_A + (T_0 - T_A) \cdot e^{-k \cdot t}$, t steht für die Zeit ≥ 0 , T_A ist die Außentemperatur in [°C], T_0 die Körpertemperatur in

Tab.1. Tabellarische Darstellung der Körpertemperatur [°C] in Abhängigkeit von der Zeit in [s] des australischen Süßwasserkrokodils.

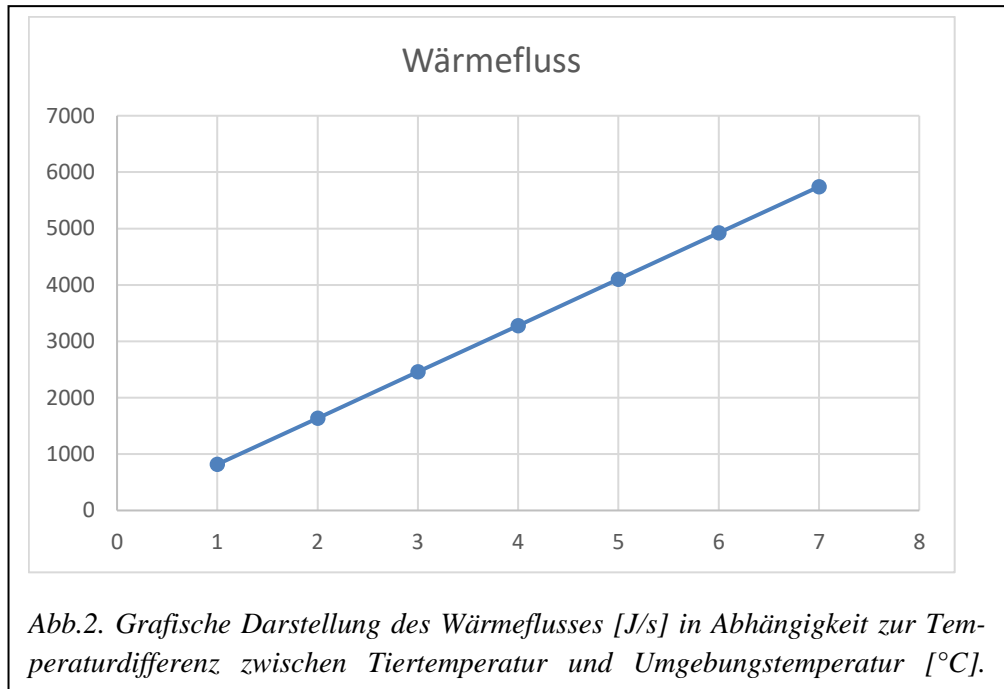
Zeit in [s]	Körpertemperatur in [°C]
0	32
54,86	31
118,87	30
195,69	29
291,74	28
419,84	27
612,11	26
997,32	25



Tab.2. Tabellarische Darstellung des Wärmeflusses [J/s] in Abhängigkeit zur Temperaturdifferenz zwischen Tier- und Umgebungstemperatur [°C].

Temperaturdifferenz in [°C]	Wärmefluss in [J/s]
7	5741,5
6	4920,87
5	4100,24
4	3279,61
3	2458,99
2	1638,36
1	817,73

[°C], k ist die Abkühlungsrate als positive Konstante in $[s^{-1}]$ und $T(t)$ die Körpertemperatur zu einem bestimmten Zeitpunkt t (vgl. Heuser, 2009, S. 74). Das Abkühl-



lungsgesetz lässt sich zwar nicht exakt auf biologische Systeme anwenden, bietet jedoch bezüglich des Gesamtwärmeverlusts durch die trockene Wärmeabgabe eines Tieres an seine Umgebung eine gute Näherung (vgl. Schwarzstein & Hildebrandt, 2009, S. 16). Auf unser Beispiel angewandt ergibt sich folgende Gleichung $T(t) = 7 \cdot e^{-0,0029t} + 25$, wobei die Abkühlungsrate durch das Einsetzen der Werte aus Tabelle 1 in die Gleichung und der anschließenden Mittelwertbildung auf einen Wert von 0,0029 ermittelt wurde. In Abbildung 3 ist die Funktion grafisch dargestellt und entspricht in etwa der aus Abbildung 1.

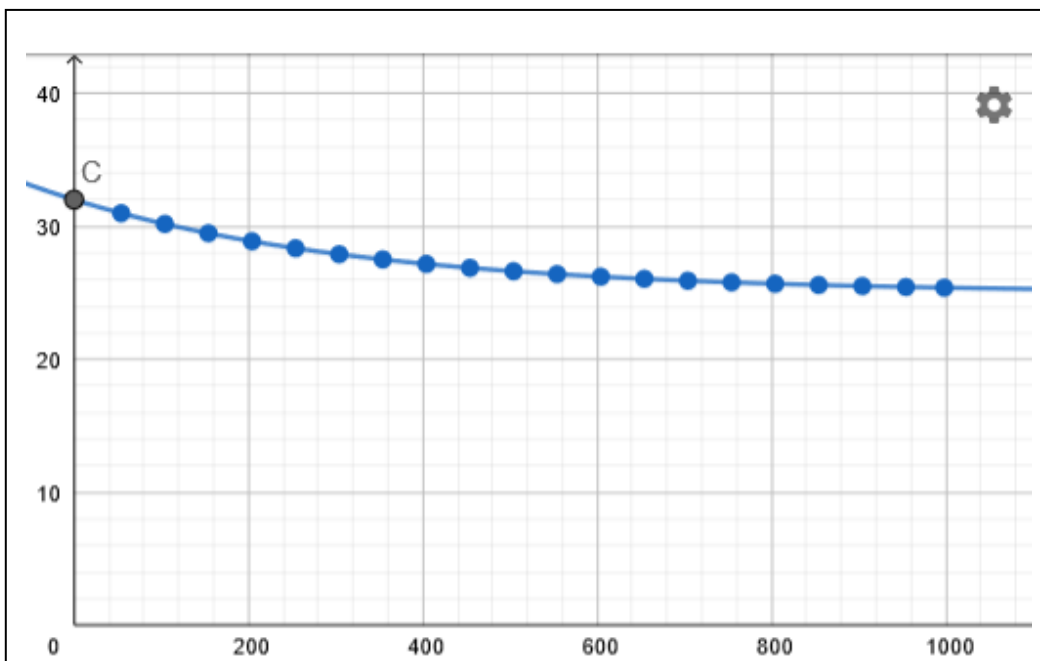


Abb.3. Grafische Darstellung der Funktion $T(t) = 7 \cdot e^{-0,0029t} + 25$. Anwendung des Newtonschen Abkühlungsgesetzes auf die Aufgabe: Die Körpertemperatur des australischen Süßwasserkrokodils in Abhängigkeit zur Zeit: Die Umgebungstemperatur beträgt 25 °C, der Anfangskörpertemperatur 32 °C und Abkühlungsrate 0,0029 s⁻¹ (Geogebra).

2. Entwicklung des Frankfurter Zoobesuchs – Didaktische Analyse

Auf Grundlage des vorherigen Kapitels und unter Berücksichtigung weiterer didaktischer Aspekte kann nun der Zoobesuch mit konkretem Arbeitsauftrag und konkreter Vor- und Nachbearbeitung konzipiert werden.

Die Aufgabe lässt sich mit Blick auf das vorherige Kapitel bezüglich des Faches Mathematik in die neunte (G8) bzw. zehnte Jahrgangsstufe (G9) unter dem Themengebiet 10.2 der Modellierung von Wachstums- und Prozessmodellen einordnen (vgl. Lehrplan Mathematik, URL9, S. 38). Dabei umfasst das Vorwissen der Schüler*innen Potenz- und Wurzelfunktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmen und Logarithmusfunktionen (vgl. Lehrplan Mathematik Sek1, URL9, S. 37-38), sodass die Aufgabe einer Vertiefung bzw. Anwendung des erworbenen mathematischen Wissens dienen soll. Die Eulersche Zahl wird in der neunten bzw. zehnten Klasse noch nicht behandelt.

Innerhalb der Biologie stellt die Thematik 9.2 Blut und Immunsystem innerhalb der neunten Jahrgangsstufe (G8/9) aufgrund des Wärmetransports durch den Blutkreislauf einen Bezug zur Aufgabe dar (vgl. Lehrplan Biologie Sek1, URL10, S. 24). Bereits in der sechsten Jahrgangsstufe wird die Anpasstheit von Tieren an verschiedenen Lebensräumen thematisiert, sodass grundlegendes Wissen bezüglich endothermen und ektothermen Tieren, jedoch ohne Nennung der Begriffe, vorhanden sein sollte (vgl. Lehrplan Biologie Sek1, URL10, S. 14-16). Innerhalb der Q2 unter der Thematisierung von Ökosystemen wird die Temperaturregulation ausführlicher behandelt (vgl. Lehrplan Biologie Sek2, URL11, S. 38).

Innerhalb der Thematik 7.2 Wärmelehre des Physikunterrichts der siebten Jahrgangsstufe (G9) bzw. der Thematik 6.3 Wärmelehre 1 und 7.2 Wärmelehre 2 der sechsten und siebten Jahrgangsstufe (G8) ist bereits grundlegendes Wissen über die Wärmelehre sowie die hier mitinbegriffene Wärmeausbreitung (Konduktion, Konvektion und Radiation) vorhanden (vgl. Lehrplan Physik Sek1 G9, URL12, S. 7; Lehrplan Physik Sek1 G8, URL13, S. 8, 11). Weiterhin wird innerhalb der zehnten Jahrgangsstufe (G9) bzw. neunten Jahrgangsstufe (G8) unter der Thematik 10.1 bzw. 9.1 Arbeit und Energie, Wärme als Energieform behandelt (vgl. Lehrplan Physik Sek1 G9, URL 12, S. 15; Lehrplan Physik Sek1 G8, S. 18).

Unter Berücksichtigung der Einordnung der Aufgabe in die neunte (G8) bzw. zehnte (G9) Jahrgangsstufe ist bezüglich der erforderlichen mathematischen Kenntnisse keine konkrete Vorbereitung auf den Zoobesuch erforderlich.

Bezüglich der erforderlichen biologischen Kenntnisse erscheint eine kriteriengeleitete Unterscheidung zwischen ektothermen und endothermen Tieren und damit die Besprechung temperaturregulatorischen Verhaltens der beiden Tiergruppen sinnvoll (siehe Anhang 1). Durch eine

Absprache mit der jeweiligen Lehrkraft kann dies im Biologieunterricht innerhalb der Aufgaben des Blutkreislaufes als ein Exkurs besprochen werden. Weiterhin bietet es sich, dass die Schüler*innen als eine Vorbereitung auf den Zoobesuch Informationen über das australische Süßwasserkrokodil recherchieren, wobei auf die erforderliche Informationen für die Bearbeitung der Aufgabe, wie etwa das Gewicht des australischen Süßwasserkrokodils sowie auf das temperaturregulatorische Verhalten, besonders hingewiesen werden soll (siehe Anhang 2). Diese Informationen sollen in der zweiten Phase des Zoobesuchs im Plenum besprochen werden und anhand zehnmütigen Beobachtens, etwa bezüglich des temperaturregulatorischen Verhaltens des australischen Süßwasserkrokodils (Öffnen des Mauls, Aufenthalt im Wasserbecken oder minimale Aktivitätszeit), verifiziert werden.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass die erste Phase des Zoobesuchs, welche in etwa 90 bis 120 Minuten dauern soll, dem eigenständigen Erkunden des Zoos innerhalb kleiner Schüler*innengruppen dienen soll. Diese Phase erfolgt ohne konkreten (Beobachtungs-) Auftrag, welcher wohlmöglich lediglich zu eingeschränkten Beobachtungen führen würde. Innerhalb der zweiten Phase würde es sich zudem anbieten, neben dem temperaturregulatorischen Verhaltens des Krokodils auf weitere Mechanismen, welche eventuell in der ersten Phase durch die Beobachtungen der Schüler*innen gemacht wurde, einzugehen. Durch die vorab im Biologieunterricht durchgeführte Thematisierung ektothermer und endothermer Tiere, ist wohlmöglich anzunehmen, dass die Schüler*innen ohnehin vor allem Beobachtungen diesbezüglich machen würden.

Bezüglich der erforderlichen physikalischen Kenntnisse zu den jeweiligen Formen des Wärmeaustausches samt Formel und erforderlichen Konstanten erscheint es, aufgrund der Komplexität der Thematik, sinnvoll, die jeweiligen Informationen innerhalb eines kurzen Informationstextes (siehe Anhang 3) den Schüler*innen zur Verfügung zu stellen, wobei die Bearbeitung des Informationstextes als Vorbereitung vor dem Zoobesuch erfolgen soll, um mögliche Fragen, die sich hieraus ergeben, in der zweiten Phase des Zoobesuchs im Plenum vor der Ausgabe und Bearbeitung der Aufgabe zu klären. Innerhalb dieser Phase können auch mögliche Beobachtungen der Schüler*innen während der ersten Phase bezüglich temperaturregulatorischen Verhaltens aufgegriffen werden.

Mit den jeweiligen Kenntnissen aus dem Mathematik-Biologie- und Physikunterrichts sowie der vorab erfolgten Recherche über das australische Süßwasserkrokodil und dem Bearbeiten des Informationsblatt bezüglich der physikalischen Kenntnisse, besitzen die Schüler*innen alle erforderlichen Informationen, um die Aufgabe (siehe Anhang 4) innerhalb der dritten Phase des Zoobesuchs zu lösen.

Der konkrete Arbeitsauftrag lautet dabei: „Ermittelt, wie lange es dauert, bis das australische Süßwasserkrokodil auf die Wassertemperatur abkühlt?“. Die Schüler*innen sollen dabei in Gruppen zusammenarbeiten, welche vorab von der Lehrkraft mit der Intention leistungsschwächere mit leistungstärkeren Schüler*innen zu mischen, gebildet werden. Damit besitzt jede/r Schüler*in die Möglichkeit zusammen mit ihren/seinen Mitschüler*innen sich an dem Lösungsprozess der Aufgabe, welche ohnehin als Modellierungsaufgabe bereits herausfordernd ist, zu beteiligen. Weiterhin wird der Hinweis gegeben, dass die Schüler*innen, falls notwendig, Vereinfachungen treffen dürfen, was etwa bezüglich einiger Koeffizienten innerhalb der Gleichungen zur Konvektion, Konduktion und Radiation, welche sich auf den Menschen und nicht das Krokodil, aufgrund der fehlenden Informationslage, beziehen, notwendig erscheinen. Auf das Aufsuchen der Zoobesucher bei möglichen Fragen, etwa bezüglich der Wasser- oder Gehegetemperatur, wird ebenfalls hingewiesen.

Wie bereits weiter oben erwähnt, ist anzunehmen, dass die Schüler*innen die Aufgabe durch das innerhalb der Vorbereitung erworbenen Wissen lösen können. Mit Blick auf den im Kapitel 1.2 dargestellten Lösungsweg erscheint es dennoch sinnvoll, vor allem auch bezüglich der Genauigkeit des Ergebnisses, darauf hinzuweisen, dass keine konstante Temperaturdifferenz bei einem Abkühlungsprozess vorhanden ist, sodass die Abkühlungszeit jeweils für die unterschiedlichen Körpertemperaturen ermittelt werden soll. Mithilfe der drei ergänzenden Fragestellung wird darauf hingeleitet. Weitere Hinweise erscheinen unter Berücksichtigung der Vorbereitung und der Eigenschaften einer Modellierungsaufgabe sowie der Tatsache, dass die Lehrkraft stets für Fragen zur Verfügung steht, nicht erforderlich.

Die Ergebnisse bezüglich der Abhängigkeit der Körpertemperatur von der Zeit sollen in eine Wertetabelle und anschließend als Graph dargestellt werden. Erstere Darstellungsform bietet den Vorteil des exakten Nennens der Werte, wohingegen letztere den (exponentiellen) Verlauf der Abkühlung besonders deutlich erkenntlich macht.

Abschließend sollen die Schüler*innen die Zeit des Aufenthaltes des Krokodils im Wasserbecken messen, um eine Ergebnisüberprüfung durchzuführen und damit eine mögliche Diskussion zwischen ermittelter und tatsächlicher Abkühlungszeit in der Nachbesprechung anzuregen. Mögliche Gründe für Unterschiede könnten die vorab getroffenen Vereinfachungen (siehe Kapitel 1.2) sein. Dieser Punkt der Nachbesprechung soll bei der Lösungsbesprechung, innerhalb welcher jede Gruppe ihren Lösungsweg (mit Ausnahme bei gleichen Lösungswegen) präsentiert, diskutiert werden. Zu Beginn der Nachbesprechung wird zunächst nochmal auf das australische Süßwasserkrokodil eingegangen, jedoch mit Fokus auf den Artenschutz in Rahmen der Thematik der Biodiversität (vgl. Kerncurriculum Biologie Sek1, URL14, S.

30). Aufgrund der in den 1930er Jahren in Australien eingeführten giftigen Aga-Kröte zur Schädlingsbekämpfung auf Zuckerrohrplantagen, galt der Bestand australischer Süßwasserkrokodile, aufgrund des Verzehrs dieser giftigen Kröten, viele Jahre als gefährdet. Der Bestand konnte sich jedoch seit 1971 durch die Aufnahme in den Naturschutz in Australien deutlich erholen und gilt deshalb heutzutage als ungefährdet (vgl. URL15).

Nachdem dieser Aspekt und die Lösung der Aufgabe besprochen wurden, kann abschließend eine Überleitung zum Newtonschen Abkühlungsgesetz gemacht werden und die entsprechende Gleichung bezüglich der Aufgabe (siehe Kapitel 1.2) aufgestellt werden. Hierbei sei erwähnt, dass die Eulersche Zahl durch ihren Wert von etwa 2,718 ersetzt wird, da diese in der neunten bzw. zehnten Jahrgangsstufe noch nicht behandelt wird. Das Newtonsche Abkühlungsgesetz lässt sich auf viele Abkühlungsprozesse beziehen und stellt damit eine gute Anwendungsmöglichkeit zum Abschluss der Thematik von Exponentialfunktionen dar.

3. Quellenverzeichnis

Literaturquellen

Clauss, W. & Clauss, C. (2007). *Tierphysiologie kompakt*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Harten, U. (2017). *Physik für Mediziner*. Berlin, Heidelberg: Springer.

Heldmaier, G.; Neuweiler, G. & Rössler, W. (2013). *Vergleichende Tierphysiologie*. Berlin: Springer Spektrum.

Heuser, H. (2009). *Gewöhnliche Differentialgleichungen. Einführung in Lehrer und Gebrauch*. Wiesbaden: Vieweg und Teubner.

Hüttermann, J.; Kreibig, U. & Trautwein, A. (2014). *Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten*. Berlin: de Gruyter.

Moyes, C.D. & Schulte, P.M. (2008). *Tierphysiologie*. München: Pearson Studium.

Nachtigall, W. & Wissler, A. (2006). *Ökophysik. Plaudereien über das Leben auf Land, im Wasser und in der Luft*. Berlin: Springer.

Penzlin, H. (2009). *Lehrbuch der Tierphysiologie*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Schwarzstein, M. & Hildebrandt, J.P. (2009). *Thermoregulation bei Vertebraten und die evolutive Entstehung der Endothermie*. Aachen: Shaker.

Internetquellen

URL1: Zugriff am 05.08.2019 um 15:40 Uhr unter https://www.uni-ulm.de/fileadmin/website_uni_ulm/nawi.inst.251/Didactics/thermodynamik/INHALT/HS2.H TM. Zugriff am 05.08.2019. (Seriosität: Universität)

URL2: Zugriff am 09.08.2019 um 11:54 Uhr unter <https://www.hansthiele.de/australia/northern%20territory/nt-bild-21.htm>. (Seriosität: Die Webseite ist von einem Biologielehrer verfasst.)

URL3: Zugriff am 09.08.2019 um 12:14 Uhr unter <http://www.hansthiele.de/australia/northern%20territory/nt-bild-28.htm>. (Seriosität: Die Webseite ist von einem Biologielehrer verfasst.)

URL4: Zugriff am 10.08.2019 um 14:22 Uhr unter <https://www.kfki.hu/~barnai/univet/konstanten.pdf>. (Seriosität: Verfasser der Seite ist nicht genannt, jedoch sind die jeweiligen verwendeten Konstante nirgendwo auffindbar.)

URL5: Zugriff am 10.08.2019 um 15:36 Uhr unter <http://www.biologie-online.eu/oekologie/abiotischer-faktor-temperatur.php>. (Seriosität: Verfasser sind namentlich bekannt, jedoch ohne Nennung der Berufung. Lediglich die jeweiligen Tierordnungen, welche zu endothermen und ektothermen Tieren zählen, wurden verwendet. Durch mein Studium wusste ich dies bereits, jedoch musste ich eine Quelle angeben, sodass diese Webseite, da sehr schnell auffindbar, am besten geeignet erschien.)

URL6: Zugriff am 10.08.2019 um 17:03 Uhr unter [http://www.uni-magdeburg.de/isut/TV/Download/Der Mensch als waermetechnisches System.pdf](http://www.uni-magdeburg.de/isut/TV/Download/Der_Mensch_als_waermetechnisches_System.pdf). (Seriosität: Universität).

URL7: Zugriff am 10.08.2019 um 17:18 Uhr unter https://www.formelsammlung.de/physik/wertetabellen/waermeleitfaehigkeit_waermeuebergangs_waermedurchgangskoeffizient.htm. (Seriosität: Inhalte sind auf Grundlage von Formelsammlungen erstellt und die jeweiligen Bücher sind angegeben.)

URL8: Zugriff am 10.08.2019 um 17:49 Uhr unter [https://www.bartec.de/de/downloads/beruehrungslose-temperaturmesstechnik/assets/Ti Tabelle Emission d.pdf](https://www.bartec.de/de/downloads/beruehrungslose-temperaturmesstechnik/assets/Ti_Tabelle_Emission_d.pdf). (Seriosität: Daten sind von einer seriösen Firma im Bereich der Sicherheitstechnik.)

URL9: Zugriff am 15.08.2019 um 15:23 Uhr unter <https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/g9-mathematik.pdf>.

URL10: Zugriff am 15.08.2019 um 16:08 Uhr unter <https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/g9-biologie.pdf>.

URL11: Zugriff am 15.08.2019 um 16:30 Uhr unter <https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/go-biologie.pdf>.

URL12: Zugriff am 15.08.2019 um 16:45 Uhr unter <https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/g9-physik.pdf>.

URL13: Zugriff am 15.08.2019 um 16:47 Uhr unter <https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/g8-physik.pdf>.

URL14: Zugriff am 24.08.2019 um 14:07 Uhr unter https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/kerncurriculum_biologie_gymnasium.pdf.

URL15: Zugriff am 24.08.2019 um 14:28 Uhr unter <https://www.goruma.de/tiere/reptilien/krokodile/australienkrokodil-suesswasserkrokodil>. (Seriosität: Das Gewicht sowie die Größe des australischen Süßwasserkrokodils wurden von der Webseite entnommen, welche 2018 aktualisiert wurde. Meine Schätzung zur Größe des Krokodils im Zoo ergaben in etwa auch den Wert der Webseite.)

Anhang

Anhang 1

Die folgende kriteriengeleitete Unterscheidung zwischen ektothermen und endothermen Tieren dient der Vorbereitung auf den Zoobesuch, welche im Biologieunterricht als ein Exkurs durchgeführt werden kann. Es sei erwähnt, dass es sich hierbei lediglich um eine kurze Einführung handelt, sodass etwa die Unterscheidung ektothermer Regulatoren und Konformanten nicht vorgenommen wird, welche ohnehin für die Bearbeitung des Arbeitsauftrages irrelevant ist.

Kriterium	Ektotherme	Endotherme
<i>Körpertemperatur wird hauptsächlich bestimmt durch</i>	die Umgebungstemperatur	den Metabolismus
<i>Varianz der Körpertemperatur</i>	variiert mit der Umgebungstemperatur (poikilotherm)	Unabhängig von der Umgebungstemperatur, relativ konstant (homoiotherm)
<i>Grundumsatz</i>	niedrig	hoch
<i>Regulation der Körpertemperatur</i>	durch das Verhalten (z.B. aufsuchen schattiger Plätze zur Abkühlung)	Kältezittern Hecheln
<i>Isolierung des Körpers</i>	Keine	Haare, Fell, Fettschicht unter Haut
<i>Beispiel</i>	Amphibien, Fische, Reptilien	Vögel, Säuger

Anhang 2

Als eine weitere Vorbereitung auf den Zoobesuch soll die weiter untenstehende Hausaufgabe dienen. Es werden Informationen über das australische Süßwasserkrokodil recherchiert, um einerseits die relevanten Informationen zur Bearbeitung des Arbeitsauftrages zu sammeln, andererseits können einige möglicherweise zunächst unerklärliche Beobachtungen im Zoo, wie etwa das temperaturregulatorische Verhalten (Aufenthalt im Wasser, Öffnen des Mauls), direkt beobachtet und erklärt werden.

Hausaufgabe: Informiere dich über das australische Süßwasserkrokodil. Suche dabei Informationen sowohl über das Aussehen und das Gewicht als auch über den natürlichen Lebensraum und möglichen temperaturregulatorischen Verhaltensweisen.

Anhang 3

Informationstext: Wärmeaustausch eines Tieres mit seiner Umgebung

Zwischen einem Tier und seiner Umgebung erfolgt unter Voraussetzung einer Temperaturdifferenz, ein ständiger Wärmefluss, wobei Wärme stets vom Ort kälterer Temperatur zum Ort wärmerer Temperatur fließt. Wärme stellt hierbei eine Energieform dar, die in Joule [J] angegeben wird. Der Wärmefluss (δQ) erfasst die zeitliche Änderung der Wärmeenergie und wird dementsprechend als Leistung in [J/s] angegeben. Zwischen einem Tier und seiner Umgebung erfolgt der Wärmefluss durch Konduktion (Wärmeleitung), Konvektion (Wärmetransport) und Radiation (Wärmestrahlung). Unter Konduktion

Wärmefluss durch Konduktion in [J/s]

$$\delta Q_K = A * \lambda * (T_H - T_U)$$

A: freie Hautoberfläche in [m²]

λ : Wärmedurchgangskoeffizient in [J*m⁻²*s⁻¹*K⁻¹], bei einem nackten Menschen beträgt dieser 10 J/sm²K.

T_H: Hauttemperatur in [K]

T_U: für die Umgebungstemperatur in [K]

T_H – T_U: konstante Temperaturdifferenz

Wärmefluss durch Konvektion in [J/s]

$$\delta Q_C = A * h_c * (T_H - T_U)$$

A: freie Hautoberfläche in [m²]

T_H: Hauttemperatur in [K]

T_U: Umgebungstemperatur in [K]

h_c: konvektiver Übergangskoeffizient in [J*s⁻¹* m⁻² *K⁻¹]; ruhendes Wasser etwa 475 J/sm²K

T_H – T_U: konstante Temperaturdifferenz

(Wärmeleitung) wird die Übertragung von Wärme von Molekül zu Molekül verstanden, ohne dass dabei Materie transportiert wird. Die Wärmeübertragung erfolgt dabei entweder innerhalb eines Körpers oder

zwischen zwei sich berührenden Körpern. Letzteres ist etwa der Fall, wenn derjenige Teil des Löffels, welcher sich im heißen Tee befindet, nach einer gewissen Zeit erwärmt wird, wohingegen ersteres der Fall ist, wenn derjenige Teil des Löffels, welcher sich nicht im Tee befindet, trotzdem nach einer gewissen Zeit erwärmt wird.

Unter Konvektion wird der Wärmefluss durch Materietransport verstanden. Befindet sich ein Tier ruhig im kälteren Wasser oder an kälteren Luft, so besteht an der Körperoberfläche ein ständiger Luft- bzw. Wasserstrom, da die dem Körper umliegende Luft bzw. das dem Körper

Umrechnung der Einheiten Kelvin und Grad Celsius

$$\text{K} = \text{°C} + 273,15$$

umliegende Wasser erwärmt wird und aufgrund der geringeren Dichte durch kältere Luft bzw. kälteres Wasser ersetzt wird.

Unter Radiation (Wärmestrahlung) wird die Emission (Abstrahlung) elektromagnetischer Energie eines Körpers und die Absorption der Strahlung anderer Körper verstanden. So nimmt ein Körper Strahlung und damit Wärme auf (Absorption) und gibt Strahlung und damit Wärme ab (Emission).

Wärmefluss durch Radiation in [J/s]

$$\delta Q_R = \sigma * A * (\epsilon_H T_H^4 - \epsilon_U T_U^4)$$

A: freie Hautoberfläche in [m²]

T_H: Hauttemperatur in [K]

T_U: Umgebungstemperatur in [K]

T_H – T_U: konstante Temperaturdifferenz

σ: Stefan-Boltzmann-Konstante von 5,67 *10⁻⁸ Wm⁻²K⁻⁴ ε_H bzw.

ε_U: Emissionsfaktor der Haut (tierischen Oberfläche durchschnittlich etwa 0,9) bzw. der Umgebung (z.B. Wasser 0,98)

Weiterhin produziert jeder Organismus durch seinen Stoffwechsel Energie, welche nahezu vollständig als Wärme verloren geht. Der Grundumsatz gibt dabei die Energiemenge an, welche ein Organismus in Ruhe zum Überleben braucht, dieser beträgt beim Krokodil 250 kJ/d. Der Leistungsumsatz gibt weiterhin die Energiemenge an, die ein Organismus für das Ausführen jeglicher weiteren Tätigkeiten (z.B. Laufen, Kauen) bedarf.

Durch folgende Gleichung kann ermittelt werden, wie viel Wärme in Form von Energie ein Körper abgeben bzw. aufnehmen muss, um von seiner Ausgangstemperatur T₁ auf eine Temperatur T₂ abzukühlen bzw. aufzuwärmen: Q = m * c * (T₂ – T₁), wobei Q für die Wärmeenergie in [J] steht, T₁, T₂ in [K] angegeben werden, m für die Masse in [kg] und c für die spezifische Wärmekapazität des Körpers in [J/kg*k] steht. Die spezifische Wärmekapazität des Körpergewebes beträgt dabei im Durchschnitt etwa 3,5 kJ/kg*K.

Anmerkungen

Wie bereits weiter oben beschrieben, werden die Mechanismen der Konduktion, Konvektion und Radiation bereits im Physikunterricht thematisiert, sodass der Informationstext hierbezüglich lediglich als kleine Wiederholung dienen soll. So sollte die Umrechnung des Grundumsatzes des Krokodils von kJ/d in J/s lösbar sein. Weiterhin wird auf Grundlage der in Kapitel 1.2 dargestellten Vereinfachungen, der innerer Wärmefluss eines Organismus und der hier miteinbegriffene Wärmeverlust nicht beschrieben (dritte Vereinfachung), ebenso wie der Wärmeverlust durch Evaporation aufgrund des fehlenden Aufgabenbezugs. Weiterhin werden, die für die Bearbeitung der Aufgabe erforderlichen Koeffizienten (siehe Konduktion,

Konvektion) sowie die jeweiligen Emissionsfaktoren bezüglich der Radiation notwendigerweise vorgegeben.