

Algebraische und geometrische Kombinatorik  
<https://tinygu.de/AGK25>

3. Übungsblatt — Abgabe 20. Mai 2025

Abgabe der Lösungen ist dienstags vor der Vorlesung.

**Aufgabe 1.** i) Seien  $P, Q$  Posets mit  $P \cap Q = \emptyset$ . Zeige, dass

$$e(P \uplus Q) = \binom{|P| + |Q|}{|P|} e(P) e(Q).$$

ii) Sei  $T$  ein *rooted tree* auf  $n$  Knoten mit Wurzel  $r$ . Seien  $j_1, \dots, j_k$  die von  $r$  abgedeckten Elemente. Zeige, dass

$$e(T) = (n-1)! \frac{e(T_{j_1})}{h_1!} \frac{e(T_{j_2})}{h_2!} \dots \frac{e(T_{j_k})}{h_k!}.$$

iii) Nutze i) um die *Tree hook-length formula* zu zeigen.

**(10 Punkte)**

**Aufgabe 2.** i) Zeige, dass jeder modulare Verband graduiert ist.

ii) Finde ein nicht-modularen Verband mit minimaler Anzahl Elemente.

iii) Finde ein modularen Verband mit minimaler Anzahl Elemente, der nicht distributiv ist.

**(10 Punkte)**