

Algebraische und geometrische Kombinatorik

<https://tinygu.de/AGK25>

1. Übungsblatt — Abgabe 6. Mai 2025

Abgabe der Lösungen ist dienstags vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. Seien $(P_1, \preceq_1), (P_2, \preceq_2)$ zwei lokal-endliche Posets.

- i) Für $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in P_1 \times P_2$ gilt $(a_1, a_2) \prec_\bullet (b_1, b_2)$ genau dann, wenn $a_1 = b_1$ und $a_2 \prec_\bullet b_2$ oder $a_1 \prec_\bullet b_1$ und $a_2 = b_2$.
- ii) Folgere, dass $(P_1 \times P_2, \preceq)$ graduiert ist genau dann, wenn P_1 und P_2 graduiert sind.
- iii) Zeige damit, dass $F(P_1 \times P_2, t) = F(P_1, t)F(P_2, t)$ gilt.

(10 Punkte)

Aufgabe 2. Sei Par_n die Menge aller unordneten Partitionen von $[n]$ partiell geordnet durch Verfeinerung.

- i) Bestimme ob es ein Minimum und Maximum gibt.
- ii) Zeige, dass Par_n graduiert ist. Was ist die Rangfunktion?
- iii) Seien $P, P' \in \text{Par}_n$ zwei ungeordnete Partitionen mit $P \preceq P'$. Zeige, dass $[P, P']$ ein Produkt von Posets ist. Was sind diese Posets?

(10 Punkte)