SoSe 2022
Prof. Dr. Raman Sanyal
Aenne Benjes
benjes@math.uni-frankfurt.de

Algebraische und geometrische Kombinatorik

`https://tinygu.de/AGK22`

10. Übungsblatt — Abgabe 21. Juni 2022

Abgabe der Lösungen ist dienstags vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. Sei M ein einfacher Matroid auf der Grundmenge E und $\mathrm{BC}(M)$ der broken circuit complex von M. Zeigen Sie, dass $\mathrm{BC}(M)$ rein und zusammenhängend ist.

(10 Punkte)

Aufgabe 2. Sei $\Delta_{n-1} = \mathrm{conv}(e_1, \dots, e_n)$ der Standard-Simplex mit zugehörigem abstraktem Simplizialkomplex $\Gamma = 2^{[n]}$. Für $\emptyset \neq J \subseteq [n]$ definiere $b_J := \frac{1}{|J|} \sum_{i \in J} e_i$. Für eine Kette $C := \{\emptyset \neq J_1 \subset J_2 \subset \cdots \subset J_k \subseteq [n]\}$ definiere $S_C := \mathrm{conv}(b_{J_i} : i = 1, \dots, k)$.

i) Zeigen Sie, dass $\mathcal{T} := \{S_C : C \text{ Kette}\}$ ein geometrischer Simplizialkomplex ist, der homöomorph zu Δ_{n-1} ist.

ii) Sei $\Delta \subset 2^{[n]}$ ein Simplizialkomplex und sei $P = \Delta \cup \{\hat{1}\}$ das Poset Δ erweitert um ein maximales Element. Zeigen Sie, dass der Ordnungskomplex $\Delta(\Delta)$ homöomorph zu Δ ist.

(10 Punkte)