

Algebraische und geometrische Kombinatorik

<https://tinygu.de/AGK22>

8. Übungsblatt — Abgabe 7. Juni 2022

Abgabe der Lösungen ist dienstags vor der Vorlesung.

- Aufgabe 1.**
- i) Sei L ein geometrischer Verband und $x, y \in L$ mit $x \preceq y$. Zeigen Sie, dass das Intervall $[x, y]$ auch ein geometrischer Verband ist.
 - ii) Sei M ein Vektormatroid vom Rang r mit lattice of flats $\mathcal{L}$. Sei L' das Unterposet aller Elemente vom Rang $\neq r - 1$. Zeigen Sie, dass L' ein geometrischer Verband ist. **Hinweis:** Finden Sie eine geeignete Vektorkonfiguration.
 - iii) Sei L ein allgemeiner geometrischer Verband vom Rang r und L' das Unterposet aller Elemente vom Rang $\neq r - 1$. Zeigen Sie, dass L' ein geometrischer Verband ist.

(10 Punkte)

- Aufgabe 2.**
- i) Sei G ein Graph auf d Knoten. Eine azyklische Orientierung ist eine Orientierung der Kanten, so dass keine gerichteten Kreise entstehen. Zeigen Sie, dass $(-1)^d \chi_G(-1)$ die Anzahl azyklischer Orientierungen von G ist.
 - ii) Das uniforme Matroid $U_{n,r}$ auf n Elementen vom Rang r hat als unabhängige Mengen alle Teilmengen von $[n]$ der Kardinalität $\leq r$. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom.

(10 Punkte)