

Algebraische und geometrische Kombinatorik

<https://tinygu.de/AGK22>

5. Übungsblatt — Abgabe 17. Mai 2022

Abgabe der Lösungen ist dienstags vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. Sei (P, \preceq) ein Poset. Berechnen Sie die Inverse von $2\delta - \zeta$ explizit.

(10 Punkte)

Aufgabe 2. Sei (\mathcal{Y}, \preceq) Young's Lattice und $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n), \rho = (\rho_1, \dots, \rho_m)$ Partitionen mit $\lambda \preceq \rho$. Berechnen Sie den Wert der Möbiusfunktion $\mu_{\mathcal{Y}}(\lambda, \rho)$.

Hinweis: Betrachten Sie die Partitionen λ und ρ als Young Diagramme.

(10 Punkte)

Aufgabe 3. (Anspruchsvoller) Let \mathbb{F}_q ein Körper mit q Elementen und $B_n(q)$ der Verband der Unterräume von \mathbb{F}_q^n . Eine **Hyperebene** ist ein Unterraum $H \in B_n(q)$ der Dimension $n - 1$.

i) Bestimmen Sie die Anzahl Geraden $L \in B_n(q)$ mit $L \not\subseteq H$.

ii) Nutzen Sie den Satz von Weisner um zu zeigen, dass

$$\mu_{B_n(q)}(\hat{0}, \hat{1}) = (-1)^n q^{\binom{n}{2}}.$$

(10 Punkte)