

## Diskrete Konvexgeometrie

<http://tinygu.de/DKG19>

### 5. Übungsblatt — Abgabe 10. Juli 2019

Wenn Sie bei einer Aufgabe stecken bleiben, dann fragen Sie uns! Wir lieben es, Hinweise zu geben.

**Aufgabe 1.** Seien  $A$  und  $\bar{A} = (\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n) \in \mathbb{R}^{(n-d) \times n}$  wie in der Vorlesung.

i) Zeigen Sie, dass

$$\tilde{\mathcal{B}}_A \cong \bigcap_{i=1}^n \text{cone}(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{i-1}, \bar{a}_{i+1}, \dots, \bar{a}_n)$$

ii) Finden Sie ein  $A$  und  $b, b' \in \tilde{\mathcal{B}}_A$  so dass  $P_A(b + b') \neq P_A(b) + P_A(b')$ .

**Hinweis:** Aufgabe 2 kann da helfen.

**(10 Punkte)**

**Aufgabe 2.** Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

i) Bestimmen Sie eine Matrix  $\bar{A}$  und die beiden Kegel  $\mathcal{B}_A$  und  $\tilde{\mathcal{B}}_A$  (eingebettet in  $\mathbb{R}^2$ ).

ii) Zwei Polytope  $P, Q$  haben den gleichen kombinatorischen Typ, wenn  $P$  und  $Q$  kombinatorisch isomorph sind. Was sind die verschiedenen kombinatorischen Typen der Polytope  $P_A(b)$  für  $b \in \tilde{\mathcal{B}}_A$ ?

iii) Zwei Polytope  $P, Q \subset \mathbb{R}^d$  heißen **normal äquivalent** falls  $\dim P^c = \dim Q^c$  für alle  $c \in \mathbb{R}^d$ . Wie viele verschiedene normal äquivalente Polytope gibt es unter den  $P_A(b)$  für  $b \in \tilde{\mathcal{B}}_A$ ?

**(10 Punkte)**