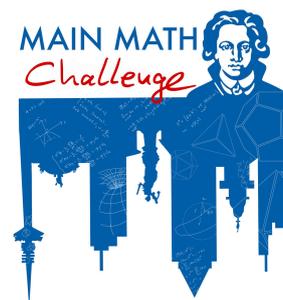


Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik

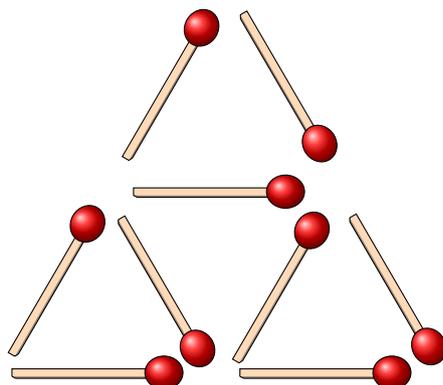


SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 1.

Entfernen Sie genau zwei Streichhölzer aus der folgenden Zeichnung, so dass **genau** zwei gleichseitige Dreiecke übrig bleiben.



Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 2.

Für welche reellen Zahlen x und y gilt

$$\frac{9^x}{3^{x+y}} = 27 \quad \text{und} \quad \frac{4^{x+y}}{2^{5y}} = 32 ?$$

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 3.

Vier Kinder spielen mit einem Ball, dabei geht aus Versehen ein Fenster zu Bruch. Sascha sagt, dass Felix Schuld hat. Felix sagt, dass es Yuri war. Yuri meint, dass er nicht weiß, wer es gewesen sein könnte. Auch Stefan sagt, dass er nicht weiß, wer es gewesen sein könnte. Wir nehmen an, dass nur genau ein Kind das Fenster kaputt gemacht hat und nur dieses nicht die Wahrheit sagt. Wer hat das Fenster kaputt gemacht?

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 4.

Im alten Ägypten wurden Brüche als Summe von (**nichtwiederholenden**) Stammbrüchen geschrieben, d.h. mit Zähler 1.

$$\text{Zum Beispiel } \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \text{ oder } \frac{13}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}.$$

Schreiben Sie $\frac{3}{11}$ als Summe von Stammbrüchen.

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 5.

Die Klasse soll **das Produkt** von drei positiven ganzen Zahlen ausrechnen. In der Pause vergleichen Gaby und Georg ihre Berechnungen. Dabei bemerkt Georg, dass er aus Versehen die Zahlen addiert statt multipliziert hat. Gaby bemerkt aber, dass das Ergebnis dennoch richtig ist. Bestimmen Sie, um welche drei Zahlen es geht.

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik

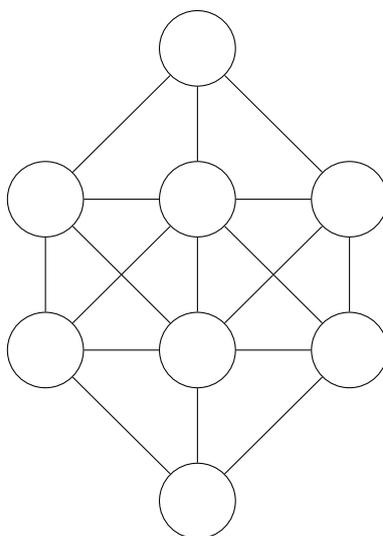


SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 6.

Verteilen Sie die Ziffern 1 bis 8 so in die acht Kreise, dass benachbarte Ziffern (d.h. solche, die sich nur um 1 unterscheiden) nicht in benachbarten Kreisen (d.h. solche, die mit einer Strecke direkt verbunden sind) zu liegen kommen.



Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 7.

40 Kinder sind zu einer Geburtstagsfeier eingeladen, aber nicht alle können kommen. Auf der Feier spielen die Kinder mehrere Spiele, bei dem sie sich in Gruppen einteilen. Im ersten Spiel können alle Kinder so aufgeteilt werden, dass jede Gruppe aus genau 8 Kindern besteht. Beim zweiten Spiel hat jedes Team 5 Kinder, doch zwei Kinder bleiben übrig, die dann die Schiedsrichter sind. Wie viele Kinder waren auf der Geburtstagsfeier?

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik

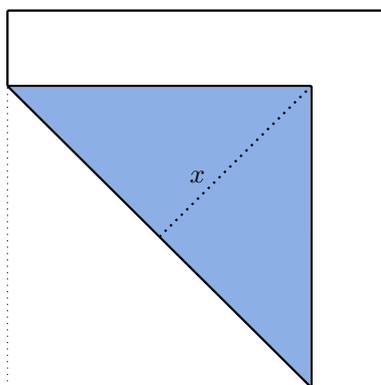


SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 8.

Ein quadratisches Blatt Papier mit dem Flächeninhalt 100 cm^2 ist auf der einen Seite weiß und auf der anderen Seite blau. Nun wird eine Ecke entlang der Diagonalen in Richtung der gegenüberliegenden Ecke gefaltet. Wie weit ist die ungefaltete Ecke von der Faltkante entfernt, wenn die sichtbaren weißen und blauen Flächen gleich groß sind?



Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 9.

Die Zahl $\frac{37}{13}$ kann in der Form

$$\frac{37}{13} = 2 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$$

geschrieben werden, wobei a , b und c natürliche Zahlen sind. Geben Sie eine mögliche Wahl für a , b und c an. Wie viele solcher Wahlen gibt es?

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 10.

a) Setzen Sie die folgenden Gleichungen für 5^3 und 6^3 fort:

$$1^3 = 1^2 - 0^2$$

$$2^3 = 3^2 - 1^2$$

$$3^3 = 6^2 - 3^2$$

$$4^3 = 10^2 - 6^2$$

$$5^3 =$$

$$6^3 =$$

b) Für welche a und b gilt $50^3 = a^2 - b^2$?

c) Berechnen Sie die Summe $1^3 + 2^3 + \dots + 50^3$.

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 11.

Opa Alfred sagt an seinem Geburtstag: „Heute bin ich in einem Zahlensystem (100) und in einem anderen Zahlensystem (1000) Jahre alt geworden.“

Wie alt ist er geworden?

Hinweis: Zum Beispiel bedeutet (101) im Fünfersystem:

$$(101)_5 = 1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 26$$

im Zehnersystem. Im Zweiersystem gilt

$$(1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 11.$$

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

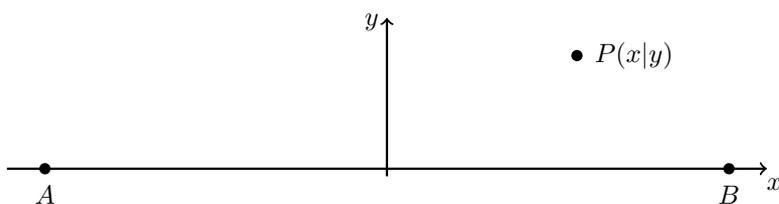


SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 12.

Im Koordinatensystem sind $A(-9|0)$ und $B(9|0)$ gegeben.



Geben Sie diejenigen reellen Zahlen x, y an, so dass der Punkt $P(x|y)$ der Gleichung

$$\overline{AP}^2 - \overline{BP}^2 = 144$$

genügt.

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik

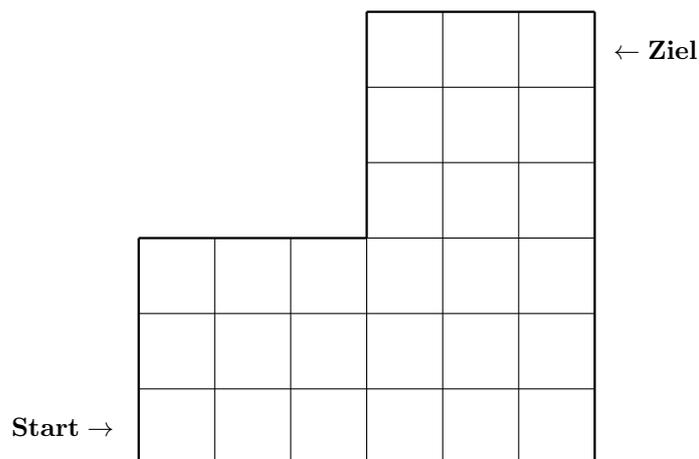


SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 13.

In dem abgebildeten Spielbrett darf eine Figur aus einem Feld immer nur in das rechte oder das oben benachbarte Feld gehen. Auf wie vielen verschiedenen Wegen kann eine Figur vom Startfeld links unten ins Zielfeld rechts oben gelangen.



Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 14.

Es seien x , y und z reelle Zahlen, die größer 1 sind. Zeigen Sie: Ist $x^y = y^z = z^x$, dann gilt $x = y = z$.

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 15.

Wir schreiben alle natürlichen Zahlen (mit 0) hintereinander:

01234567891011121314151617181920...

Wie heißt die 100 000-ste Ziffer?

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

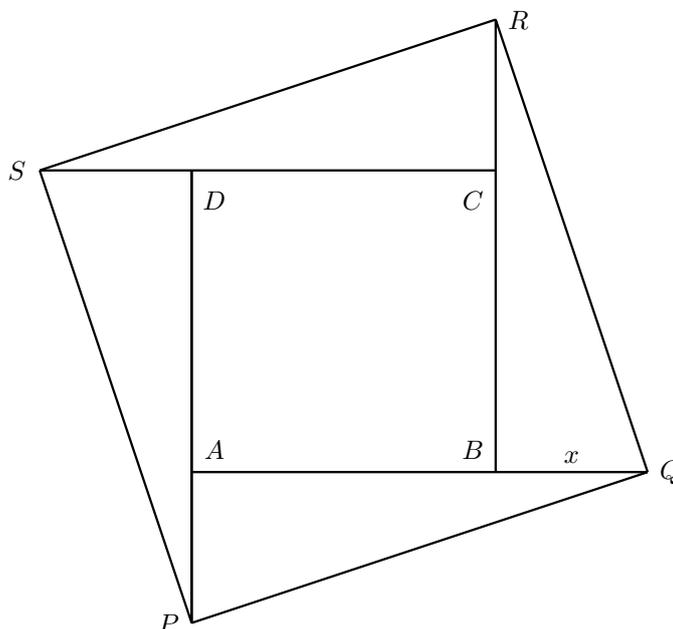


SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 16.

Um welche Strecke x müssen die Seiten des Einheitsquadrats $ABCD$ verlängert werden, damit die Fläche des Quadrats $PQRS$ doppelt so groß ist wie die von $ABCD$?



Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 17.

In einem Restaurant kann man Tofu-Nuggets zum Mitnehmen kaufen. Die Nuggets kommen in Päckchen der Größen 3, 5 und 7. Man kann folglich nicht genau 2 Tofu-Nuggets kaufen. Bestimmen Sie diejenigen natürlichen Zahlen n , für die es nicht möglich ist genau n Tofu-Nuggets zu kaufen.

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

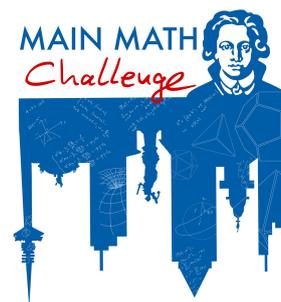
TEAMNAME:

Aufgabe 18.

Welche ist die kleinste positive ganze Zahl n , für die das Produkt $11 \cdot 19 \cdot n$ gleich dem Produkt aus drei aufeinander folgenden ganzen Zahl ist?

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 19.

„Oh, Sie haben ja eine Katze!“, sagt Frau Meyer zu Frau Schmitz. „Die hat ja einen süßen weißen Schwanz! Wie viele Katzen haben Sie denn?“

„Nicht so viele“, entgegnet Frau Schmitz. „Frau Vogel von neben an hat zwanzig Katzen. Also viel mehr als ich.“

„Jetzt haben Sie mir aber noch nicht gesagt, wieviele Katzen Sie haben!“

„Lassen Sie mich mal sagen: Wenn Sie unter meinen Katzen zwei zufällig herausgreifen, dann ist die Chance, dass beide einen weißen Schwanz haben, fifty-fifty.“

„Das verrät mir aber nicht, wieviele es sind.“

„O doch!“

Wieviele Katzen hat Frau Schmitz und wie viele haben einen weißen Schwanz?

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 20.

Bestimmen Sie die Anzahl der Nullen, mit denen die Zahl $100!$, die Fakultät von 100, endet.

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.

Main Math Challenge 2023
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Für die Speed Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Sie sollen möglichst viele Aufgaben in dieser Zeit bearbeiten. Sie bekommen die nächste Aufgabe, wenn Sie die Lösung zu dieser Aufgabe abgeben. Sie können Aufgaben überspringen, indem Sie die Aufgabe ohne Lösung abgeben.