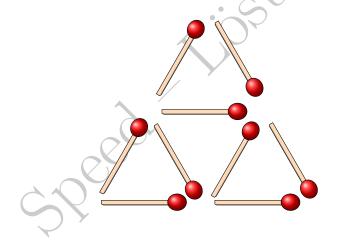


# SPEED CHALLENGE

# TEAMNAME:

## Aufgabe 1.

Entfernen Sie genau zwei Streichhölzer aus der folgenden Zeichnung, so dass zwei genau gleichseitige Dreiecke übrig bleiben.



#### Lösung:

Durch Entfernen von zwei der inneren Streichhölzern erhält man automatisch zwei gleichseitige Dreiecke.



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

# Aufgabe 2.

Für welche reellen Zahlen x und y gilt

$$\frac{9^x}{3^{x+y}} = 27$$
 und  $\frac{4^{x+y}}{2^{5y}} = 32$ 

#### Lösung:

Es ist

$$3^{x-y} = \frac{3^{2x}}{3^{x+y}} = \frac{9^x}{3^{x+y}} = 27 = 3^3$$

und somit muss x - y = 3 gelten. Ferner ist

$$2^{2x-3y} = \frac{2^{2x+2y}}{2^{5y}} = \frac{4^{x+y}}{2^{5y}} = 32 = 2^5$$

also gilt auch 2x - 3y = 5. Es folgt x = 4 und y = 1.



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

#### Aufgabe 3.

Vier Kinder spielen mit einem Ball, dabei geht aus Versehen ein Fenster zu Bruch. Sascha sagt, dass Felix Schuld hat. Felix sagt, dass es Yuri war. Yuri meint, dass er nicht weiß, wer es gewesen sein könnte. Auch Stefan sagt, dass er nicht weiß, wer es gewesen sein könnte.

Wir nehmen an, dass nur genau ein Kind das Fenster kaputt gemacht hat und nur dieses nicht die Wahrheit sagt. Wer hat das Fenster kaputt gemacht?

#### Lösung:

Felix hat das Fenster kaputt gemacht. Denn angenommen Felix würde die Wahrheit sagen (und somit nicht schuldig sein), dann müsste Yuri das Fenster kaputt gemacht haben. Aber dann müsste auch Sascha die Wahrheit sagen und somit müsste auch Felix das Fenster kaputt gemacht haben, was nicht sein kann. Also muss Felix lügen und somit das Fenster kaputt gemacht haben.



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

# Aufgabe 4.

Im alten Ägypten wurden Brüche als Summe von (nichtwiederholenden) Stammbrüchen geschrieben, d.h. mit Zähler 1.

Zum Beispiel 
$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$
 oder  $\frac{13}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ .

Schreiben Sie  $\frac{3}{11}$  als Summe von Stammbrüchen.

Lösung: Es ist

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{44} = \frac{11+1}{44} = \frac{3}{11}.$$



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 5.

Die Klasse soll das Produkt von drei positiven ganzen Zahlen ausrechnen. In der Pause vergleichen Gaby und Georg ihre Berechnungen. Dabei bemerkt Georg, dass er aus Versehen die Zahlen addiert statt multipliziert hat. Gaby bemerkt aber, dass das Ergebnis dennoch richtig ist. Bestimmen Sie, um welche drei Zahlen es geht.

#### Lösung:

Gesucht sind drei natürliche Zahlen a, b und c für die gilt

$$a+b+c=abc$$

Ohne Einschränkungen können wir  $1 \le a \le b \le c$  annehmen. Dann gilt  $S = a + b + c \le 3c$  und  $P = abc = S \le 3c$ . Es folgt also

$$ab \leq 3$$
.

Es muss also a = 1 und  $b \in \{1, 2, 3\}$  gelten.

Fall 1: b = 1. Dann ist 2 + c = S = P = c, was nicht lösbar ist.

Fall 2: b=2. Dann ist 3+c=S=P=2c, also c=3 – die Lösung ist also  $a=1,\,b=2$  und c=3.

Fall 3: b=3. Dann ist 4+c=S=P=3c, also c=2, was nicht möglich ist, da  $c\geq b$  angenommen war.

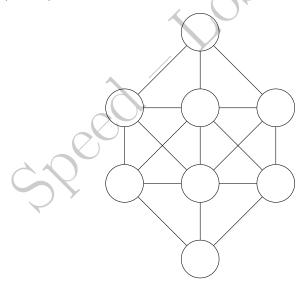


# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

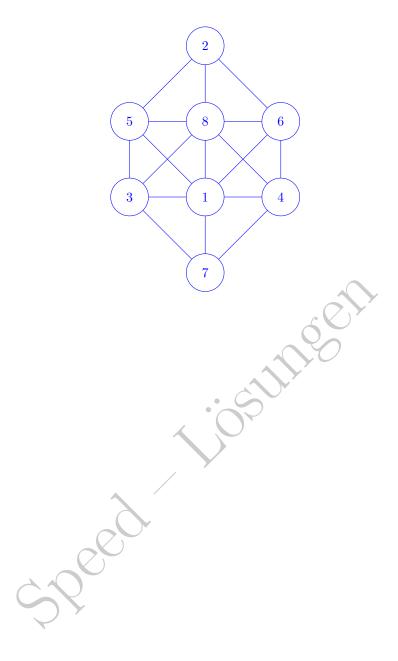
# Aufgabe 6.

Verteilen Sie die Ziffern 1 bis 8 so in die acht Kreise, dass benachbarte Ziffern (d.h. solche, die sich nur um 1 unterscheiden) nicht in benachbarten Kreisen (d.h. solche, die mit einer Strecke direkt verbunden sind) zu liegen kommen.



## Lösung:

Bis auf Drehungen und Spiegelungen ist die Lösung gegeben durch:





# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

#### Aufgabe 7.

40 Kinder sind zu einer Geburtstagsfeier eingeladen, aber nicht alle können kommen. Auf der Feier spielen die Kinder mehrere Spiele, bei dem sie sich in Gruppen einteilen. Im ersten Spiel können alle Kinder so aufgeteilt werden, dass jede Gruppe aus genau 8 Kindern besteht. Beim zweiten Spiel hat jedes Team 5 Kinder, doch zwei Kinder bleiben übrig, die dann die Schiedsrichter sind. Wie viele Kinder waren auf der Geburtstagsfeier?

#### Lösung:

Nach der ersten Aussage waren auf der Feier 8, 16, 24 oder 32 Kinder auf der Feier. Nach der zweiten hat die Anzahl der anwesenden Kinder beim Teilen durch 5 einen Rest von 2. Es waren also 32 Kinder auf dem Geburtstag.

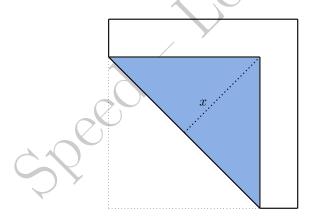


# SPEED CHALLENGE

## TEAMNAME:

## Aufgabe 8.

Ein quadratisches Blatt Papier mit dem Flächeninhalt  $100\,\mathrm{cm}^2$  ist auf der einen Seite weiß und auf der anderen Seite blau. Nun wird eine Ecke entlang der Diagonalen in Richtung der gegenüberliegenden Ecke gefaltet. Wie weit ist die umgefaltete Ecke von der Faltkante entfernt, wenn die sichtbaren weißen und blauen Flächen gleich groß sind?



#### Lösung:

Die Kantenlänge des quadratischen Papiers muss 10 (cm) betragen. Sei nun a die breite des weißen Streifens (oben und entsprechend auch an einer Seite). Dann ist die weiße Fläche gegeben durch

$$10 \cdot a + (10 - a) \cdot a = 20a - a^2$$

und die blaue Fläche ist gegeben durch

$$\frac{1}{2}(10-a)^2 = 50 - 10a + \frac{1}{2}a^2.$$

Die beiden Flächen sind also gleich, wenn  $50-10a+\frac{1}{2}a^2=20a-a^2$  gilt, also  $a^2-20a+\frac{100}{3}=0$ , also  $a=10-\sqrt{100-\frac{100}{3}}=10-10\sqrt{\frac{2}{3}}$ ) (da a<10). Die gesuchte Distanz ist also gegeben durch

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(10-a) = \frac{10}{\sqrt{3}}$$
 (in cm)

Speed



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 9.

Die Zahl  $\frac{37}{13}$  kann in der Form

$$\frac{37}{13} = 2 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$$

geschrieben werden, wobei a, b und c natürliche Zahlen sind. Geben Sie eine mögliche Wahl für a, b und c an. Wie viele solcher Wahlen gibt es?

#### Lösung:

Zunächst ist

$$\frac{37}{13} - 2 = \frac{11}{13}$$

Wir schreiben also

$$\frac{13}{11} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}$$
 also  $\frac{11}{13 - 11a} = b + \frac{1}{c}$ .

also ist

$$c = \frac{13 - 11a}{11 - 13b + 11ab} = \frac{11a - 13}{b(13 - 11a) - 11}.$$

Wäre a>1, so müsste folglich c negativ sein, was nach Voraussetzung nicht erlaubt ist. Also muss a=1 gelten. Dann ist  $c=\frac{2}{11-2b}$  und da b und c natürliche Zahlen sind, muss somit 11-2b=1 oder =2 gelten. Es geht also nur b=5 und somit c=2. Dies ist dann auch die einzige Lösung.



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 10.

a) Setzen Sie die folgenden Gleichungen für 5<sup>3</sup> und 6<sup>3</sup> fort:

$$1^{3} = 1^{2} - 0^{2}$$

$$2^{3} = 3^{2} - 1^{2}$$

$$3^{3} = 6^{2} - 3^{2}$$

$$4^{3} = 10^{2} - 6^{2}$$

$$5^{3} = 6^{3} = 6^{3}$$

- b) Für welche a und b gilt  $50^3 = a^2 b^2$ ?
- c) Berechnen Sie die Summe  $1^3 + 2^3 + \ldots + 50^3$ .

#### Lösung

Zu a) Es gilt  $5^3 = 5^2 \cdot 5 = (15+10)(15-10) = 15^2 - 10^2$  und  $6^3 = 6^2 \cdot 6 = (21+15)(21-15) = 21^2 - 15^2$ .

Zu b) Wir wählen a und b so, dass  $50^3 = 50^2 \cdot 50 = (a+b)(a-b)$  gilt, wobei  $a+b=50^2$  und a-b=50 sei. Wegen  $50^2 = 2500$  erhalten wir 2a=2550, also a=1275 und somit b=1225. Zu c) Es ist  $1^3+2^3+\ldots 50^3=1275^2$ 



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 11.

Opa Alfred sagt an seinem Geburtstag: "Heute bin ich in einem Zahlsystem (100) und in einem anderen Zahlensystem (1000) Jahre alt geworden."

Wie alt ist er geworden?

Hinweis: Zum Beispiel bedeutet (101) im Fünfersystem:

$$(101)_5 = 1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 26$$

im Zehnersystem. Im Zweiersystem gilt

$$(1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 11.$$

#### Lösung:

Gesucht sind natürliche Zahlen a und b so, dass  $1 \cdot a^2 = (100)_a = (1000)_b = 1 \cdot b^3$  gilt. Wir prüfen leicht,  $1^3 = 1$ ,  $2^3 = 8$ ,  $3^3 = 9$ ,  $4^3 = 64$  und  $5^3 = 125$  – älter kann Opa Alfred nicht sein. Die einzigen Quadratzahlen, hiervon sind 9 und 64. Da Alfred bereits Opa ist, muss er folglich 64 geworden sein.

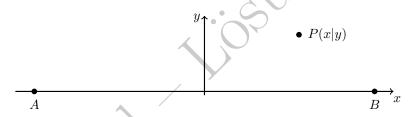


# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

# Aufgabe 12.

Im Koordinatensystem sind A(-9|0) und B(9|0) gegeben.



Geben Sie diejenigen reellen Zahlen x, y an, so dass der Punkt P(x|y) der Gleichung

$$\overline{AP}^2 - \overline{BP}^2 = 144$$

genügt.

## Lösung:

Es gilt

$$y^{2} + (x+9)^{2} - (y^{2} + (9-x)^{2}) = 144.$$

Hieraus folgt 36x = 144. Also ist y frei wählbar und x = 4.

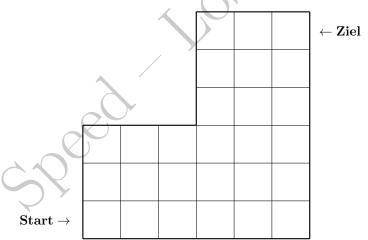


# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 13.

In dem abgebildeten Spielbrett darf eine Figur aus einem Feld immer nur in das rechte oder das oben benachbarte Feld gehen. Auf wie vielen verschiedenen Wegen kann eine Figur vom Startfeld links unten ins Zielfeld rechts oben gelangen.



#### Lösung:

Wir indizieren die Felder des verkleinerten Schachbretts mit  $f_{i,j}$ . Dabei steht i für die i-te Zeile von unten und j für die j-te Spalte von links. Wir fangen mit der 0-ten Zeile und der 0-ten Spalge an. Also ist das Startfeld  $f_{0,0}$  und das Zielfeld ist  $f_{5,5}$ . Die Anzahl der zulässigen Wege für unsere Figur von  $f_{0,0}$  zu  $f_{i,j}$  bezeichnen wir mit  $a_{i,j}$ .

Die wesentliche Beobachtung ist, dass jeder Weg von  $f_{0,0}$  nach  $f_{i+1,j+1}$  als vorletztes entweder das Feld  $f_{i+1,j}$  oder das Feld  $f_{i,j+1}$  besucht. Dies liefert eine disjunkte Zerlegung der Wege von  $f_{0,0}$ 

nach  $f_{i+1,j+1}$ . Da jeder Weg von  $f_{0,0}$  zu  $f_{i+1,j}$  oder  $f_{i,j+1}$  um einen Schritt auf das Feld  $f_{i+1,j+1}$  verlängert werden kann folgt also

$$a_{i+1,j+1} = a_{i+1,j} + a_{i,j+1}.$$

Wir nehmen die Anfangsbedingungen  $a_{0,0}=1$  und  $a_{i,j}=0$ , wenn die Indizes i,j kein Feld des Brettes beschreiben.

Die Rekursion erlaubt die Berechnung des Wertes  $a_{i,j}$  für alle Felder. Z.B. kann man zeilenweise von unten nach oben vorgehen. So erhält man  $a_{5,5}=126$  als Ergebnis. Der Rechenaufwand lässst sich erheblich verringern, zum Beispiel mit folgenden Überlegungen:

• Wenn mit einem Feld  $f_{i,j}$  auch alle Felder die in dem Rechteck, das von  $f_{0,0}$  und  $f_{i,j}$  aufgespannt wird, zum Brett gehören (das sind die Felder  $f_{x,y}$  mit  $0 \le x \le i$  und  $0 \le y \le j$ ), dann ist der Wert  $a_{i,j}$  ein Eintrag aus dem Pascalschen Dreieck:

$$a_{i,j} = \binom{i+j}{i}$$

• Jeder Weg von  $f_{0,0}$  nach  $f_{5,5}$  läuft über genau eines der Felder  $f_{0,5}$ ,  $f_{1,4}$  oder  $f_{2,3}$ . Die Anzahl der Wege, die über  $f_{1,4}$  laufen erhält man als Produkt der Anzahl der Wege von  $f_{0,0}$  nach  $f_{1,4}$  und der Anzahl der Wege von  $f_{1,4}$  nach  $f_{5,5}$ . Aus Symmetrie sind diese Anzahlen gleich, also gibt es  $a_{1,4}^2$  Wege von  $f_{0,0}$  nach  $f_{5,5}$  über  $f_{1,4}$ . Genauso kann man für die Zwischenfelder  $f_{0,5}$  und  $f_{2,3}$  argumentieren. Die gesuchte Zahl ist daher:

$$a_{0,5}^2 + a_{1,4}^2 + a_{2,3}^2 = {5 \choose 0}^2 + {5 \choose 1}^2 + {5 \choose 2}^2 = 1^2 + 5^2 + 10^2 = 126.$$

• Vervollständigen wir das Schachbrett mit der fehlenden oberen Ecke, dann wären in diesem vollständigen Schachbrett nach der ersten Überlegung genau  $\binom{5+5}{5} = 252$  Wege von  $f_{0,0}$  nach  $f_{5,5}$  möglich. Da die Wege entweder durch die hinzugefügte Ecke links oben oder durch die an der Diagonalen gespiegelten Ecke rechts unten gehen, erhält man, dass es genau nur halb so viele Wege im vorliegenden Schachbrett geben kann, also  $\frac{1}{2}\binom{5+5}{5} = \frac{252}{2} = 126$ .



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 14.

Es seien x, y und z reelle Zahlen, die größer 1 sind. Zeigen Sie: Ist  $x^y = y^z = z^x$ , dann gilt x = y = z.

#### Lösung:

Angenommen es wäre x < y. Da alle beteiligten Werte größer 1 sind, folgt

$$x^y = z^x < z^y \quad \text{und} \quad x^y = y^z > x^z,$$

Die erste Ungleichung liefert x < z und die zweiten Ungleichung y > z. Aus y > z erhalten wir aber  $y^z = z^x < y^x$ , also z < x. Das kann also in dieser Form nicht sein und somit ist x < y nicht möglich. Alle anderen Fälle, in denen zwei der x, y und z verschiedenen sind, können analog ausgeschlossen werden. Es folgt x = y = z.



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

# Aufgabe 15.

Wir schreiben alle natürlichen Zahlen (mit 0) hintereinander:

 $01234567891011121314151617181920\dots$ 

Wie heißt die 100 000-ste Ziffer?

#### Lösung:

Zahlbereich	Anzahl der Zahlen	Anzahl der Ziffern	Gesamtsumme der Ziffern
$0 \dots 9$	10	10	10
$10 \dots 99$	90	$2 \cdot 90 = 180$	190
$100 \dots 999$	900	$3 \cdot 900 = 2700$	2890
$1000\dots 9999$	9 000	$4 \cdot 9000 = 36000$	38 890
10 000	?	$5 \cdot ? = ?$	100000

Die gesuchte Ziffer liegt also im Bereich der 5-stelligen Zahlen. In diesem Bereich ist die  $100\,000-38\,890=61\,110$ -ste Ziffer und damit ein Teil der  $61\,110/5=12\,222$ -sten Zahl, nämlich  $9\,999+12\,222=22\,221$ . Deren letzte Ziffer ist also die gesuchte  $100\,000$ -ste Ziffer, also eine 1.

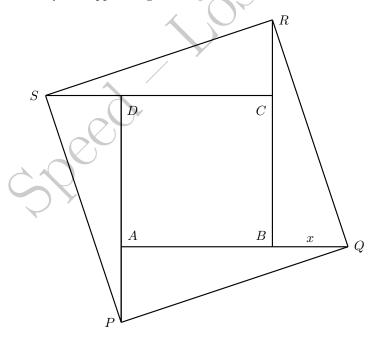


# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 16.

Um welche Strecke x müssen die Seiten des Einheitsquadrats ABCD verlängert werden, damit die Fläche des Quadrats PQRS doppelt so groß ist wie die von ABCD?



#### Lösung:

Die Seitenlänge von PQRS ist gegeben durch  $\sqrt{x^2+(1+x)^2}$ , da ABCD ein Einheitsquadrat ist.

Folglich ist x so gesucht, dass

$$2 = x^2 + (1+x)^2 = 2x^2 + 2x + 1$$

gilt. Also  $x^2+x-\frac{1}{2}=0.$  Dax>0 folgt $x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}.$ 

Speed



## SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

#### Aufgabe 17.

In einem Restaurant kann man Tofu-Nuggets zum Mitnehmen kaufen. Die Nuggets kommen in Päckchen der Größen 3, 5 und 7. Man kann folglich nicht genau 2 Tofu-Nuggets kaufen. Bestimmen Sie diejenigen natürlichen Zahlen n, für die es nicht möglich ist genau n Tofu-Nuggets zu kaufen.

#### Lösung:

Lösung sind die natürlichen Zahlen 1,2,4, was wir im Folgenden begründen werden.

Offensichtlich kann man weder n=1,2,4 Tofu-Nuggets kaufen. Sei nun  $n\geq 5$ . Wir behaupten, dass es dann stets nichtnegative ganze Zahlen a,b,c so gibt, dass n=3a+5b+7c gilt.

Wir beweisen die Aussage mittels Induktion. Für  $n=5=3\cdot 0+5\cdot 1+7\cdot 0$  ist die Aussage wahr. Angenommen, die Aussage gilt für  $n\geq 5$  und wir wollen nun zeigen, dass sie auch für n+1 gilt. Seien a,b,c nichtnegative ganze Zahlen, sodass n=3a+5b+7c gilt. Wir führen eine Fallunterscheidung durch. Falls  $c\geq 1$  ist, so folgt

$$n+1 = 3a + 5b + 7c + 1$$
  
=  $3a + 5b + 7(c - 1) + 8$   
=  $3(a + 1) + 5(b + 1) + 7(c - 1)$ .

Und wir bemerken, dass a+1,b+1,c-1 ganze, nichtnegtive Zahlen sind. Falls  $b\geq 1$  ist, gilt  $b-1\geq 0$  sowie

$$n+1 = 3a+5b+7c+1$$
  
=  $3a+5(b-1)+7c+6$   
=  $3(a+2)+5(b-1)+7c$ .

Für den letzten Fall nehmen wir an, dass  $a \ge 1$  gilt. Ist a = 1, so muss b oder c bereits größer gleich eins sein, da nach Annahme  $n \ge 5$  gilt. Diesen Fall haben wir bereits abgedeckt.

Sei also  $a \geq 2$ , das heißt a-2 ist eine nichtnegative ganze Zahl, und es folgt

$$n+1 = 3a+5b+7c+1$$
  
= 3(a-2)+5b+7c+6+1  
= 3(a-2)+5b+7(c+1).

Zusammenfassend sind also n = 1, 2, 4 die gesuchten Zahlen.

SP. Continue of the continue o



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

#### Aufgabe 18.

Welche ist die kleinste positive ganze Zahl n, für die das Produkt  $11 \cdot 19 \cdot n$  gleich dem Produkt aus drei aufeinander folgenden ganzen Zahl ist?

#### Lösung:

Die Antwort ist n = 840.

Begründung: Da 11 und 19 Primzahlen sind, muss eine der drei aufeinanderfolgenden Zahlen durch 11 teilbar sein und eine durch 19 – es könnte sich dabei auch um dieselbe Zahl handeln. Da das Produkt positiv ist, müssen auch alle drei aufeinander folgenden Zahlen positiv sein. Also sucht man nach möglichst kleinen Vielfachen von 11 und 19, die sich um höchstens 2 unterscheiden. Die kleinsten solchen Vielfachen sind  $3\cdot 19=57$  und  $5\cdot 11=55$ . Dann muss nur noch die dritte Zahl 56 ergänzt werden und wir erhalten

$$n = \frac{55 \cdot 56 \cdot 57}{11 \cdot 19} = 3 \cdot 56 \cdot 5 = 840.$$



## SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 19.

"Oh, Sie haben ja eine Katze!", sagt Frau Meyer zu Frau Schmitz. "Die hat ja einen süßen weißen Schwanz! Wie viele Katzen haben Sie denn?"

"Nicht so viele", entgegnet Frau Schmitz. "Frau Vogel von neben an hat zwanzig Katzen. Also viel mehr als ich.".

"Jetzt haben Sie mir aber noch nicht gesagt, wieviele Katzen Sie haben!"

"Lassen Sie mich mal sagen: Wenn Sie unter meinen Katzen zwei zufällig herausgreifen, dann ist die Chance, dass beide einen weißen Schwanz haben, fifty-fifty."

"Das verrät mir aber nicht, wieviele es sind."

"O doch!"

Wieviele Katzen hat Frau Schmitz und wie viele haben einen weißen Schwanz?

#### Lösung:

Nehmen wir an, es seien k Katzen, w davon mit weißem Schwanz. Dann kann man auf k(k-1) Weisen zwei beliebige Katzen herausgreifen, denn für die erste Katze hat man k Wahlmöglichkeiten und für die zweite nur noch k-1 Wahlmöglichkeiten. Entsprechend ist die Anzahl an Weisen zwei Katzen mit weißem Schwanz zu ziehen gleich w(w-1).

Wir zählen hier doppelt die Auswahl der Katzen A und B und die Auswahl der Katzen B und A. Das ändert nämlich nichts am Ergebnis.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Katzen weiße Schwänze haben ist also

$$\frac{w(w-1)}{k(k-1)}$$
 und dies muss gleich  $\frac{1}{2}$  sein.

Es folgt k(k-1) = 2w(w-1). Hierbei müssen k und w positive ganze Zahlen sein. Die kleinste Option ist k=4 und somit w=3. Die nächstgrößere ist dann k=21 und w=15. Da aber Frau Schmitz weniger als 20 Katzen hat, hat sie folglich 4 Katzen, wovon 3 mit weißem Schwanz sind.



# SPEED CHALLENGE

TEAMNAME:

## Aufgabe 20.

Bestimmen Sie die Anzahl der Nullen, mit denen die Zahl 100!, die Fakultät von 100, endet.

#### Lösung:

Die Frage ist, wie oft die Zahl 100! durch 10 teilbar ist. Betrachtet man die Primfaktorzerlegung von  $100! = 2^{n_2} \cdot 3^{n_3} \cdot 5^{n_5} \cdots$ , so ist die Lösung  $\min\{n_2, n_5\}$ , da eine Zahl genau so oft durch 10 zu teilen ist, wie ein Paar aus 2 und 5 in ihrer Primfaktorzerlegung zu finden ist.

Wir müssen also zählen, wie oft der Faktor 2 und wie oft der Faktor 5 in 100! auftaucht. Da der Faktor 2 in den Zahlen 1,...,100 wesentlich häufiger ist als der Faktor 5, reicht es sogar, den Faktor 5 zu zählen. (vgl. Aufgabe 12)

Dieser taucht *einfach* in den Zahlen 5, 10, 15, 20, 30, 35, 40, 45, 55, 60, 65, 70, 80, 85, 90, 95 auf und *zweifach* in den Zahlen 25, 50, 75, 100, also insgesamt  $16 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 24$ .

Also endet 100! mit 24 Nullen.