

4. Formelblatt

4.1 Sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}^{n+1}$ stetig. $y^{(n)}(x) = f(x, y(x), y'(x), \dots, y^{(n-1)})$ ist eine *gewöhnliche Differentialgleichung n-ter Ordnung*. Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall. $y : I \rightarrow \mathbb{R}$ löst diese Differentialgleichung, wenn $y(x)$ sie für alle $x \in I$ erfüllt.

4.2	Form	Lösungsansatz	Sonderlösung
(A)	$y' = f(x)$	$y(x) = \int f(x) dx$	
(B)	autonome DGL $y' = f(y)$	$x = \int \frac{1}{f(y)} dy$	für $f(y_0) = 0$: $y(x) = y_0$
(C)	DGL mit getrennten Variablen $y' = h(x) \cdot g(y)$	$\int \frac{1}{g(y)} dy = \int h(x) dx$	für $g(y_0) = 0$: $y(x) = y_0$
(D)	lineare DGL homogen: $y' = g(x) \cdot y$	$y(x) = C e^{G(x)}$ mit $G'(x) = g(x)$	
	inhomogen: $y' = g(x) \cdot y + r(x)$	$y(x) = y_{\text{hom}}(x) + y_{\text{part}}(x)$, wobei y_{hom} Lösung von $y' = g(x) \cdot y$ und $y_{\text{part}}(x) = \int \frac{r(x)}{y_{\text{hom}}(x)} dx \cdot y_{\text{hom}}(x)$	

Die Lösungen müssen ggf. nach $y(x)$ aufgelöst werden.