

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Übungsaufgaben

Abgabe an Ihre Tutorin bis 6.6.2025

Aufgabe 5.1

Bestimmen Sie unter Verwendung des Gauß-Algorithmus die Lösungen folgender Gleichungssysteme:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_4 = 0 \end{array} \\ \text{(b)} & \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_4 = 1 \end{array} \end{array}$$

Aufgabe 5.2

Berechnen Sie die Eigenwerte und jeweiligen Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} & \text{(b)} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{(c)} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Aufgabe 5.3

Verwenden Sie eine Software oder ein Online-Tool wie z.B. das Computeralgebra-System Wolfram Alpha (www.wolframalpha.com), um Graphen folgender Funktionen zu erstellen:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & f(x, y) = x^2 + y^2 \\ \text{(b)} & f(x, y) = (2x^2 + y^2)e^{-x^2 - y^2} \end{array}$$

(In Wolfram Alpha heißt der Befehl zum Erstellen von Graphen `plot`, gefolgt von der Funktion. Für die Grundrechenarten verwendet man `+`, `-`, `*`, `/` und Potenzen schreibt man z.B. als `x^(y+1)`. Beispiel: `plot x^2-y^2` zeigt eine Sattelfläche.

Wenn Sie etwas abgeben möchten, machen Sie z.B. einen Screenshot. Die kostenpflichtige Pro-Version, in der ein Download möglich ist, müssen Sie sich nicht kaufen!)