

4. Formelblatt

4.1 Zu einer homogenen linearen DGL zweiter Ordnung $a_2y'' + a_1y' + a_0y = 0$ gibt es stets zwei Lösungen $f(x), g(x)$, die ein *Fundamentalsystem* bilden, d.h. für deren *Wronski-Determinante* gilt $W(x) = \begin{vmatrix} f(x) & g(x) \\ f'(x) & g'(x) \end{vmatrix} \neq 0$.

Die allgemeine Lösung ist dann $y(x) = c_1f(x) + c_2g(x)$.

4.2 Lösungen von $a_2y'' + a_1y' + a_0y = 0$ (homogene lineare DGL zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten): Sei $D = a_1^2 - 4a_2a_0$.

$D > 0$	$y(x) = c_1e^{\lambda_1x} + c_2e^{\lambda_2x}$	mit $\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2a_2} \left(a_1 \pm \sqrt{D} \right)$
$D = 0$	$y(x) = c_1e^{\lambda x} + c_2xe^{\lambda x}$	mit $\lambda = -\frac{a_1}{2a_2}$
$D < 0$	$y(x) = e^{\lambda x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$	mit $\lambda = -\frac{a_1}{2a_2}, \beta = \frac{\sqrt{-D}}{2a_2}$

4.3 $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$ $g(h(x))' = g'(h(x))h'(x)$

$f(x) =$	c	$ax + b$	x^a	$\frac{x^{a+1}}{a+1}$	$\sqrt{x}$	$\sin x$	$\cos x$	e^x	$\ln x $	$x \ln x - x$	$\arctan x$
$f'(x) =$	0	a	ax^{a-1}	x^a	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos x$	$-\sin x$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln x$	$\frac{1}{1+x^2}$

4.4

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1