

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Übungsaufgaben

Abgabe an Ihre Tutorin bis 5.6.2026

Aufgabe 6.1

Bestimmen Sie unter Verwendung des Gauß-Algorithmus die Lösungen folgender Gleichungssysteme:

(a)
$$\begin{aligned} 5x_1 + 7x_2 + 15x_3 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= 5 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 &= 0 \\ x_2 + 3x_3 - 3x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_4 &= 0 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_4 &= 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= -9 \\ -4x_1 - x_2 + 2x_3 &= -13 \\ x_1 - 11x_2 + 3x_4 &= -12 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 &= 1 \\ x_2 + 3x_3 - 3x_4 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_4 &= 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 6.2

Berechnen Sie die Eigenwerte und jeweiligen Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

(a)
$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(b)
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(d)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$