

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Übungsaufgaben

Abgabe an Ihre Tutorin bis 22.5.2026

Aufgabe 4.1

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(c) \begin{vmatrix} 1 & 47 & 99 & 31 \\ 0 & 2 & -73 & 11 \\ 0 & 0 & 3 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(b) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & -2 & 5 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(d) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 7 & 6 & 5 \\ -2 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 4.2

Ein schiefwinkliges Koordinatensystem sei durch die Basis B aus

$$\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bezüglich dieses Koordinatensystems werden die Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ dargestellt durch

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B \quad \text{und} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}_B.$$

- (a) Wie lauten die Darstellungen von $\vec{v}$ und $\vec{w}$ bezüglich der Basis E aus Einheitsvektoren?
- (b) Wie lauten die Darstellungen der folgenden Vektoren $\vec{x}$ und $\vec{y}$ bezüglich B ?

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_E \quad \text{und} \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_E$$

Aufgabe 4.3

Betrachten Sie wieder die Basis B aus Aufgabe 4.2.

- (a) Wie lautet der metrische Tensor zum Basiswechsel von B nach E ?
- (b) Berechnen Sie die Determinante des metrischen Tensors und damit dann das Volumen des Spats, der von den Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ aufgespannt wird.