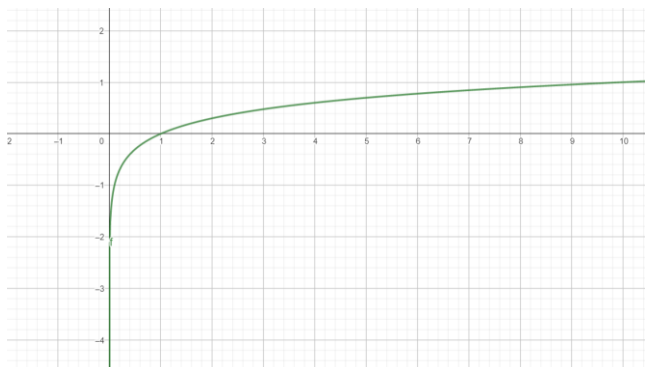
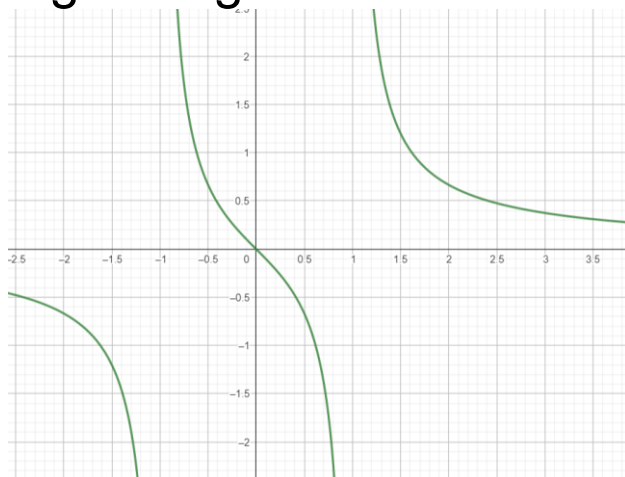


Musterlösung Übung 3



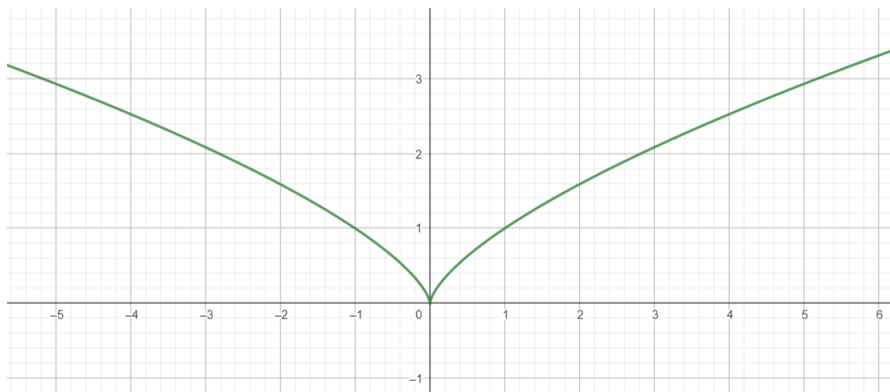
(a) $f(x) = \log_{10} x$

Definiert für alle reellen, positiven Zahlen,
ausgenommen Null
Wertebereich = alle reellen Zahlen



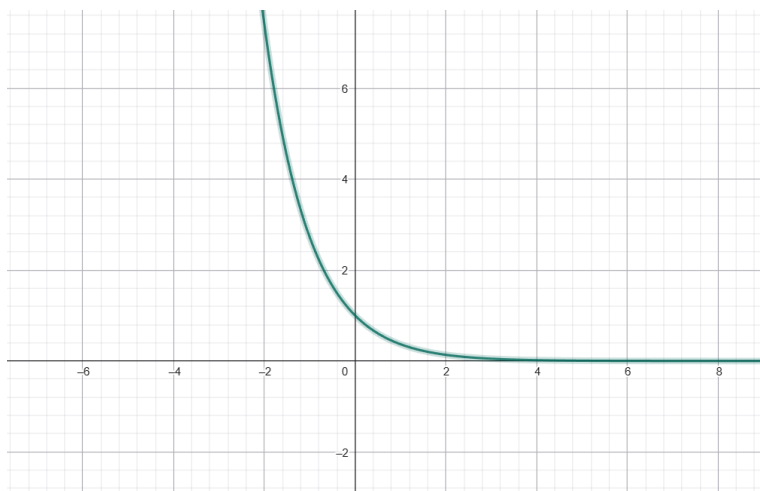
(b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

Definiert für alle reellen Zahlen, ausgenommen $[-1;1]$
Wertebereich = alle reellen Zahlen



(c) $f(x) = x^{2/3}$

Definiert für alle reellen Zahlen, Wertebereich = alle positiven reellen Zahlen, inklusive Null



(d) $f(x) = \frac{1}{e^x}$

Definiert für $\mathbb{R}$, Wertebereich = alle positiven reellen Zahlen

Musterlösung Übung 3

3.3 $p(h_{1/2}) = \frac{1}{2} \cdot p_0 = p_0 \cdot e^{-\alpha h_{1/2}} \quad | : p_0$

a)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\alpha h_{1/2}} \quad | \ln$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\alpha h_{1/2} \quad | : (-\alpha)$$

$$\Leftrightarrow h_{1/2} = -\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\alpha} \approx 5545,18 \text{ m}$$

b) $p(10 \text{ m}) \approx 1011,98 \text{ hPa}$

$$p(100 \text{ m}) \approx 1000,66 \text{ hPa}$$

$$p(1000 \text{ m}) \approx 894,19 \text{ hPa}$$

c) $p(h) = p_0 \cdot e^{-\alpha h} \quad | : p_0$

$$\frac{p(h)}{p_0} = e^{-\alpha h} \quad | \ln$$

$$\ln\left(\frac{p(h)}{p_0}\right) = -\alpha \cdot h \quad | : (-\alpha)$$

$$-\frac{\ln\left(\frac{p(h)}{p_0}\right)}{\alpha} = h$$

i) $p(h) = 1000 \text{ hPa}$

$$h = -\frac{\ln\left(\frac{1000}{1013,25}\right)}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 105,3 \text{ m}$$

ii) $p(h) = 900 \text{ hPa}$

$$h = -\frac{\ln\left(\frac{900}{1013,25}\right)}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 948,19 \text{ m}$$

Musterlösung Übung 3

3.3

Für imaginäre Zahlen gelten folgende Darstellungen:

$$z = a + i \cdot b = r \cdot e^{i \cdot \phi} = r \cdot (\cos(\phi) + i \cdot \sin(\phi))$$

(a) $z = 1$

Es gilt $|z| = r$. Also $r = 1$.

$$z = 1 \times e^{i \times \phi} = 1 \rightarrow 1 = \cos \phi + i \times \sin \phi$$

Vergleich von Real- und Imaginärteil liefert:

$$\cos \phi = 1 \rightarrow \phi = 0$$

$$\sin \phi = 0 \rightarrow \phi = 0 \text{ oder } \phi = \pi$$

Daraus folgt $\phi = 0$

$$\rightarrow z = 1 \times e^{i \times 0}$$

(b) $z = -1 - i$

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$z = \sqrt{2} \cdot e^{i \cdot \phi} = \sqrt{2}(\cos(\phi) + i \cdot \sin(\phi)) = \sqrt{2} \cdot \cos(\phi) + \sqrt{2} \cdot i \cdot \sin(\phi) = -1 - i$$

Vergleich von Real- und Imaginärteil liefert:

$$\operatorname{Re}(z) = \sqrt{2} \cdot \cos(\phi) = -1 \Rightarrow \cos(\phi) = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \phi = \pm \frac{3}{4} \cdot \pi$$

$$\operatorname{Im}(z) = \sqrt{2} \cdot \sin(\phi) = -1 \Rightarrow \sin(\phi) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \phi = -\frac{\pi}{4} \text{ oder } \phi = -\frac{3}{4} \cdot \pi$$

$$\Rightarrow \phi = -\frac{3}{4} \cdot \pi$$

$$z = \sqrt{2} \cdot e^{-i \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi}$$

$$\operatorname{Im}(z) = r \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = b \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow z = 2 \cdot e^{i \cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right)} = -2 \cdot i$$

(c) $r = 3, \phi = \pi$

$$\operatorname{Re}(z) = r \cdot \cos(\pi) = a \Rightarrow a = -3$$

$$\operatorname{Im}(z) = r \cdot \sin(\pi) = b \Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow z = 3 \cdot e^{i \cdot \pi} = -3$$

(d) $r = 2, \phi = -\frac{\pi}{2}$

$$\operatorname{Re}(z) = r \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = a \Rightarrow a = 0$$