

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Übungsaufgaben

Abgabe an Ihre Tutorin/Ihren Tutor bis 31.10./1.11.2024

Aufgabe 1.1

(a) Vereinfachen Sie die folgenden Terme soweit wie möglich:

i.) $\frac{1}{x-1} - \frac{1+x}{x^2-1}$

ii.) $\frac{\frac{1-a^2}{a-1}}{\frac{(1-a)^2}{a-1}}$

(b) Berechnen Sie ohne Verwendung eines Taschenrechners:

i.) $\frac{(3^{-3})^3}{(-9)^{-5}}$

iii.) $\frac{a^{n-1}b^{1-n}}{a^{-n}b^n}$

ii.) $\log_3 \frac{1}{3} + \log_5 \sqrt{5}$

iv.) $\log_2 8 \cdot \log_8 2$

Aufgabe 1.2

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

(a) $1 + i^2$

(e) $\frac{2i}{-2 + 2i}$

(b) $(-i)^2$

(f) $\frac{8-i}{3-2i}$

(c) i^3

(g) $(2+i)(2-i)$

(d) $\frac{1}{i}$

(h) $2i - (1+i)(2-3i) - 2$

Aufgabe 1.3

In wässrigen Lösungen sind i.a. Wasserstoffionen vorhanden. Bezeichnet man mit $[\text{H}^+]$ die Konzentration dieser Ionen in $\frac{\text{mol}}{\text{l}}$, so berechnet sich der „pH-Wert“ der Lösung durch

$$\text{pH} = -\log_{10} [\text{H}^+].$$

Reines Wasser (H_2O) hat einen pH-Wert von 7. Ist der Wert kleiner, heißt die Lösung „sauer“, ist der Wert größer, „alkalisch“.

(a) Welche Wasserstoffionenkonzentration hat reines Wasser?

(b) Bei menschlichem Blut liegt $[\text{H}^+]$ zwischen $10^{-7.5} \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ und $10^{-7.3} \frac{\text{mol}}{\text{l}}$. In welchem Intervall liegt der pH-Wert? Ist Blut damit sauer oder alkalisch?