

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Übungsaufgaben

Abgabe an Ihre Tutorin bis 23.5.2025

Aufgabe 3.1

Berechnen Sie durch elementare Zeilenoperationen die Inverse von

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.2

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & -2 & 5 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 7 & 6 & 5 \\ -2 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.3

Ein schiefwinkliges Koordinatensystem sei durch die Basis B aus

$$\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bezüglich dieses Koordinatensystems werden die Vektoren \vec{v} und \vec{w} dargestellt durch

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B \quad \text{und} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}_B.$$

- (a) Wie lauten die Darstellungen von \vec{v} und \vec{w} bezüglich der Basis E aus Einheitsvektoren?
- (b) Wie lauten die Darstellungen der folgenden Vektoren \vec{x} und \vec{y} bezüglich B ?

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_E \quad \text{und} \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_E$$