

1. Übungsblatt (erschienen am 16.04.2019)

Aufgabe 1.1 (schriftliche Aufgabe)[1+3+1 Punkte]

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme für $y(t)$.

(a) $\dot{y} = e^{5t}y, \quad y(0) = 1,$

(b) $\dot{y} = \lambda y + \sin(kt), \quad y(0) = 0, \quad \lambda, k \in \mathbb{R},$

(c) $y^3 \dot{y} = -t^2, \quad y(0) = 2.$

Verwenden Sie dazu zunächst formal die Technik der Separation der Variablen und/oder Variation der Konstanten und zeigen Sie dann rigoros, dass die so ermittelten Funktionen die Differentialgleichungen lösen.

Aufgabe 1.2 (Votieraufgabe)

Seien $x_0, x_{\text{end}} \in \mathbb{R}, x_{\text{end}} > x_0$. Zeigen Sie, dass

(a) die Menge der auf $[x_0, x_{\text{end}}]$ stetigen Funktionen

$$C([x_0, x_{\text{end}}])^d := \{y : [x_0, x_{\text{end}}] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^d \text{ stetig}\}$$

ein reeller Vektorraum ist,

(b) die Abbildung

$$C([x_0, x_{\text{end}}])^d \rightarrow \mathbb{R}, \quad y \mapsto \|y\|_\infty := \max_{x \in [x_0, x_{\text{end}}]} \|y(x)\|$$

eine Norm bildet,

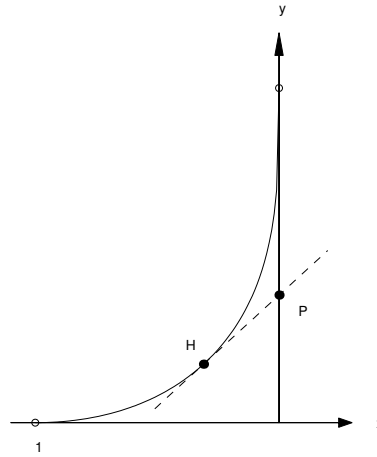
(c) $(C([x_0, x_{\text{end}}])^d, \|\cdot\|_\infty)$ ein Banachraum ist.

Aufgabe 1.3 (Programmieraufgabe)[3+1+2 Punkte]

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich eine Person P im Nullpunkt $(0, 0)$ und wandert mit konstanter Geschwindigkeit a in Richtung der positiven y -Achse. Ein Hund H läuft ausgehend vom Punkt $(-1, 0)$ mit konstanter Geschwindigkeit c immer auf die Person zu. Die Position des Hundes sei gegeben durch die Funktion $(x(t), y(t))$.

(a) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion

```
function Hund(a,c,T,h)
```



die für die (nichtnegativen) Geschwindigkeiten $a, c \in \mathbb{R}$ die Bewegung des Hundes und der Person in der (x, y) -Ebene bis einem Zeitpunkt $T > 0$ veranschaulicht. Unterteilen Sie dazu das Zeitintervall $[0, T]$ in die Zeitpunkte $[0, h, 2h, 3h, \dots, T]$ ($h > 0$) und berechnen Sie für jeden Zeitpunkt die Position der Person und des Hundes aus den vorherigen Positionen (als diskrete Approximation).

Dabei spielt es eine Rolle, ob in einem Zeitschritt zuerst die Person einen Schritt macht und der Hund dann auf die Position der Person zugeht oder ob der Hund auf die alte Position zugeht. Sie können sich für eine Variante entscheiden oder beide miteinander vergleichen.

- (b) Variieren Sie die Parameter. Probieren Sie (bei festem a, c, T) verschiedene Werte h . Was passiert (bei festem h, T) in den Fällen $c > a$, $c = a$ und $c < a$? Überlegen Sie sich sinnvolle Abbruchbedingungen.
- (c) Überlegen Sie anhand Ihrer Vorschrift zur Veränderung der Bewegung des Hundes, welcher Differentialgleichung $(x(t), y(t))$ genügt.

Hinweise zur Übungsblattbearbeitung:

- Zu **schriftlichen Aufgaben** soll eine Ausarbeitung/Lösung angefertigt werden, welche am 23.04.2019 in der Übung abzugeben ist.
- Zu **Programmieraufgaben** soll bis zum 23.04.2019 um 10:00 Uhr eine **kommentierte** Ausarbeitung in MATLAB-Code an ihren Übungsleiter geschickt werden. Bitte beginnen Sie die Betreffzeile Ihrer E-Mail mit "**DGL1_2019:**"
- Zu **Votieraufgaben** wird keine schriftliche Abgabe verlangt. Die Lösung wird in der Übung besprochen.