Übungen zur Vorlesung „Stochastik für die Informatik“

Abgabe der Lösungen zu den S-Aufgaben: Freitag, 15. Dezember 2017, vor der Vorlesung (12:10-12:15 im Magnus HS)

29. S. U sei uniform verteilt auf $[0,1]$ und X sei standard-exponentialverteilt. Berechnen Sie
(i) die Verteilungsfunktion (ii) die Dichte von
a) $\sqrt{2X}$ b) $\dfrac{1-U}{U}$.

30. a) *Der (infinitesimale) Flächeninhalt eines Kreisringes mit Radius r und Breite dr ist* $2\pi r\,dr$. Geben Sie hierfür eine anschauliche Begründung mittles einer Skizze.

b) $Z = (Z_1, Z_2)$ sei standard-normalverteilt auf $\mathbb{R}^2$, und $|Z| := \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$. Verwenden Sie Teil a) dieser Aufgabe zur Bestimmung der Dichte von $|Z|$.

c) Vergleichen Sie das Ergebnis aus b) mit dem aus Aufgabe 29 a).

31. $U_1, U_2, \ldots$ seien unabhängig und uniform verteilt auf $[0,1]$. Für $i = 1,2,\ldots$ setzen wir $X_i := U_i^5$, $i = 1,2,\ldots$, und $Y := X_1 + \ldots + X_{100}$.

a) Bestimmen Sie unter Verwendung des Zentralen Grenzwertsatzes ein um $\mathbf{E}[Y]$ symmetrisches Intervall J, für das gilt: $\mathbf{P}(Y \in J) \approx 0.95$. (*Hinweis: Das Ergebnis aus Aufgabe 27 a) ist hilfreich.)*

b) Lösen Sie die zu a) analoge Aufgabe auch noch für $M := \frac{1}{100}(X_1 + \ldots + X_{100})$ anstelle von Y.

32. S. Aus den Zahlen $1, \ldots, 100$ werden 49 Zahlen ohne Zurücklegen gezogen und der arithmetische Mittelwert M aus den gezogenen Zahlen (der "Stichprobenmittelwert") gebildet. Es sei Ihnen verraten, dass trotz der in den Zügen enthaltenen Abhängigkeiten die Zufallsvariable M annähernd normalverteilt ist. Bestimmen Sie mit dieser Information ein um den Erwartungswert von M symmetrisches Intervall J, für das gilt: $\mathbf{P}(M \in J) \approx 0.95$. (*Hinweis: Aufgabe 23 b γ) ist hilfreilch, mit entsprechend angepassten Zahlen.*)