Übungen zur Vorlesung „Stochastik für die Informatik“

Abgabe der Lösungen zu den S-Aufgaben: Dienstag, 31. Januar 2017, vor der Vorlesung (12:20-12:30 im Magnus HS)

45. S In einer Population gibt es Befürworter und Gegner eine bestimmten politischen These. Im Kanton A wurde eine Stichprobe des Umfangs 100 befragt, im Kanton B eine des Umfangs 200. Die Anteile der Befürworter in den beiden Stichproben waren 40% im Kanton A und 41% im Kanton B.
(i) Geben Sie ein 95% Konfidenzintervall für die Differenz der Anteile der Befürworter in den beiden Kantonen an.
(ii) Zu welchem p-Wert lässt sich die Hypothese der Gleichheit der beiden Populationsmittelwerte ablehnen? (Hinweis: Der R-Befehl `pnorm(x)` liefert $\Phi(x)$.)
(iii) Um welchen gemeinsamen Faktor müssen - bei unveränderten Anteilen in den Stichproben - die Stichprobenumfänge größer sein, damit die Hypothese der Gleichheit der beiden Populationsmittelwerte mit einem p-Wert von 0.05 abgeleht werden könnte?

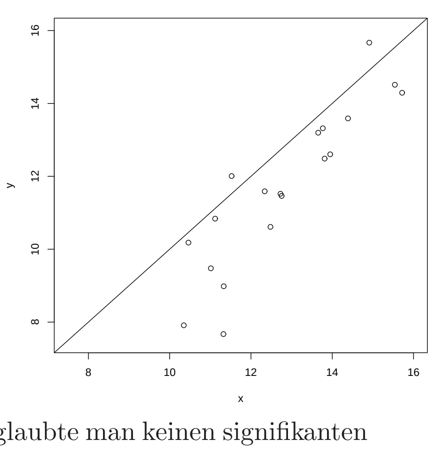
46. Aus zwei Populationen wurden Stichproben des Umfangs 30 bzw. 50 entnommen und die Werte eines reellen Merkmals x_i und y_j gemessen. Die Stichprobenmittelwerte und-standardabweichungen waren $m_x = 10$, $m_y = 14$, $s_x = 5$, $s_y = 8$.
(i) Bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für die Differenz der beiden Populationsmittelwerte.
(ii) Zu welchem p-Wert lässt sich die Hypothese der Gleichheit der beiden Populationsmittelwerte ablehnen?

47. S a) (i) Wie wahrscheinlich ist es, bei einem fairen Münzwurf der Länge 18 weniger als 4 oder mehr als 15 Erfolge zu haben?
(ii) $X_1, \dots, X_{18}$ seien unabhängig und identisch verteilt auf $\mathbb{R}$, mit $\mathbf{P}(X_1 = a) = 0$ für alle $a \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der das Intervall $[X_{(4)}, X_{(15)}]$ den Median der Verteilung von X_1 überdeckt.
b) 6 Objekte werden (ohne Mehrfachbelegungen) auf die Plätze $\{1, \dots, 18\}$ gesetzt.
(i) Was ist der Erwartungswert der Anzahl der Objekte, die auf der Platzmenge $M := \{1, \dots, 10\}$ landen?
(ii) Es ist nur eines der sechs Objekte auf M gelandet. Zu welchem p-Wert können Sie unter Verwendung von Fishers exaktem Test die Hypothese der reinen Zufälligkeit verwerfen?
c) (i) Für wieviele dreielementige Mengen aus $\{1, 2, \dots, 30\}$ ist die Summe ihrer Elemente ≤ 10?
(ii) 3 Objekte wurden (ohne Mehrfachbelegungen) auf die Plätze $\{1, \dots, 30\}$ gesetzt, sie fielen auf die Plätze $7, 2$ und 1. Zu welchem p-Wert können Sie unter Verwendung des Wilcoxon-Rangsummentests die Hypothese der reinen Zufälligkeit (zugunsten einer “Tendenz an die Ränder”, d.h. zu den Plätzen mit den kleinen bzw zu den Plätzen mit den großen Rängen) verwerfen?

48. 20 Probanden wurden einer extensiven Bewegungstherapie unterzogen, verbunden mit langen Radtouren an mehreren Wochenenden. Gemessen wurde bei jedem der Probanden $i = 1, \dots, 20$ ein bestimmter Blutfettwert, mit dem Ergebnis x_i vor und y_i nach der Therapie. Beobachtet wurden $\bar{x} = 12.97$, $\bar{y} = 11.92$, $s_x = 1.78$, $s_y = 2.40$, $s_{x-y} = 1.07$. Es ging darum, die systematische Komponente der Änderung des Wertes vor und nach der Therapie zu schätzen, und eine Aussage über die Signifikanz der beobachteten Änderungen zu treffen. Dazu wurde (in Anlehnung an das Vorgehen in Aufgabe 46) das Intervall

$$I := \left[\bar{x} - \bar{y} - 2\sqrt{s_x^2/20 + s_y^2/20}, \bar{x} - \bar{y} + 2\sqrt{s_x^2/20 + s_y^2/20}\right]$$

angegeben.



Es stellte sich heraus, dass dieses Intervall die Zahl 0 enthielt, also glaubte man keinen signifikanten Effekt feststellen zu dürfen. Hätten Sie die Versuchsauswertung besser gekonnt?