

Vorlesung 9b

Mehrstufige Zufallsexperimente

Teil 4

Markovketten:

Zerlegung nach dem ersten Schritt

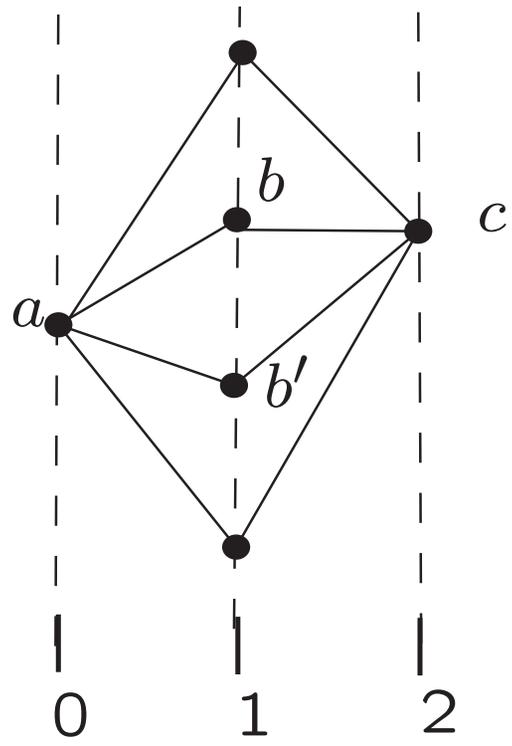
(Buch S. 94)

$$\mathbf{P}_a(X_1 = b, X_2 = c) = P(a, b)P(b, c).$$

Summation über $b \in S$:

$$\mathbf{P}_a(X_2 = c) = \sum_{b \in S} P(a, b)P(b, c)$$

“Zerlegung von zwei Schritten nach dem ersten Schritt”



Und jetzt für n statt 2:

Zerlegung nach dem ersten Schritt:

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}_a(X_1 = a_1, X_2 = a_2, \dots, X_n = a_n) \\ &= P(a, a_1)P(a_1, a_2) \cdots P(a_{n-1}, a_n) \\ &= P(a, a_1) \mathbf{P}_{a_1}(X_1 = a_2, \dots, X_{n-1} = a_n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{P}_a(X_n = c) \\
&= \sum_{b, a_2, \dots, a_{n-1} \in S} P(a, b) P(b, a_2) \cdots P(a_{n-1}, c) \\
&= \sum_{b \in S} P(a, b) \sum_{a_2, \dots, a_{n-1} \in S} P(b, a_2) \cdots P(a_{n-1}, c)
\end{aligned}$$

Damit bekommen wir die

Zerlegung der Verteilung von X_n

nach dem ersten Schritt:

$$\mathbf{P}_a(X_n = c) = \sum_{b \in S} P(a, b) \mathbf{P}_b(X_{n-1} = c) .$$