Vorlesung 9a

Bedingte Verteilung, bedingte Wahrscheinlichkeiten

Teil 4:

Bedingte Dichten

(Buch S. 112)

Ist $f(a_1, a_2) da_1 da_2$ gemeinsame Dichte von X_1 und X_2
und $f_1(a_1) da_1$ Dichte von X_1 ,

dann setzen wir

$$\mathbf{P}(X_2 \in da_2 | X_1 = a_1) := \frac{f(a_1, a_2)}{f_1(a_1)} da_2$$

und sprechen von der

bedingten Dichte von X_2 gegeben $\{X_1 = a_1\}$.

Beispiel: Exponentialverteilte Summanden

Y und Z seien unabhängig und $\text{Exp}(1)$ -verteilt.

Was ist die bedingte Dichte von Y , gegeben $\{Y + Z = b\}$?

Die gemeinsame Dichte von Y und $Y + Z$ ist

$$e^{-a} e^{-(b-a)} da db = e^{-b} da db, \quad 0 \leq a \leq b$$

Die Dichte von $Y + Z$ ist $\left(\int_0^b da \right) e^{-b} db = b e^{-b} db$

(zu den letzten beiden Formeln siehe auch V8a4 Folie 6)

Also:

$$\mathbf{P}(Y \in da | Y + Z = b) = \frac{1}{b e^{-b}} e^{-b} da = \frac{1}{b} da, \quad 0 \leq a \leq b.$$