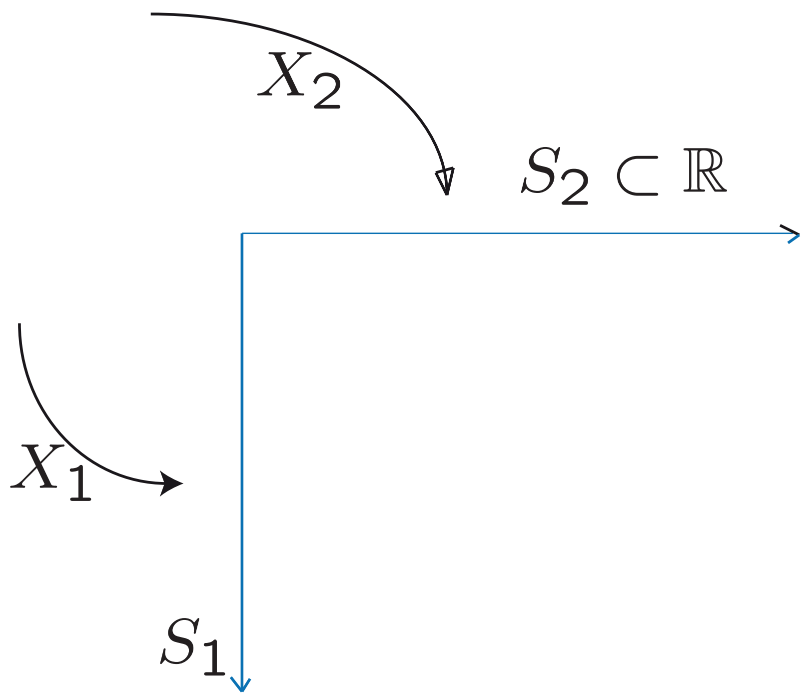
# Vorlesung 8b

# Bedingte Erwartung und bedingte Varianz

## Teil 2:

## Bedingte Varianz

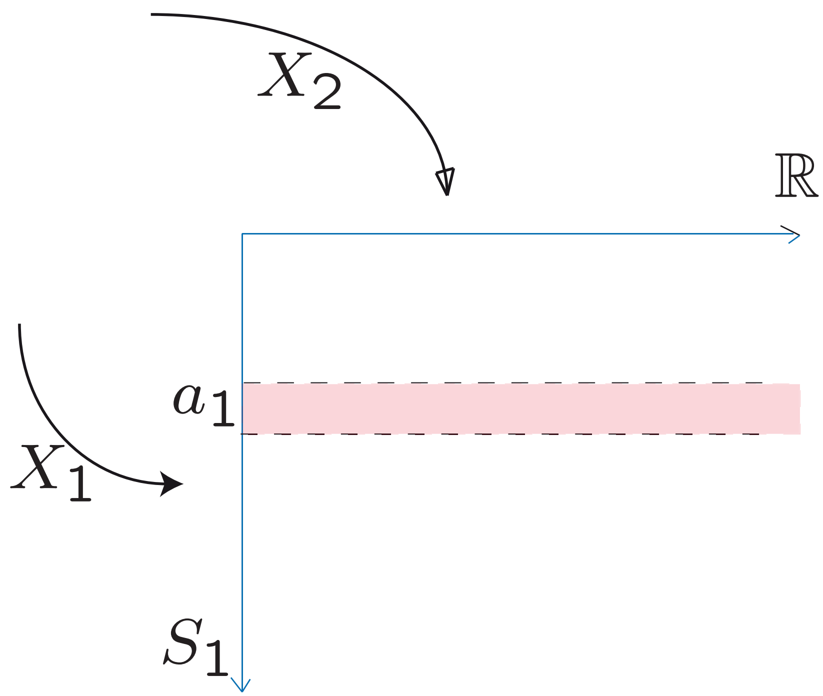
(Buch S. 91)




$(X_1, X_2)$ sei (hier der Einfachheit halber) diskret:

$S_1$ und $S_2$ endlich oder abzählbar

$X_2$ reellweertig mit $\mathbf{P}(X_2 \in S_2) = 1$




Die auf das Ereignis $\{X_1 = a_1\}$ bedingte Varianz

wollen wir verstehen als

die Varianz innerhalb der Zeile namens $a_1$

Wir definieren die

*bedingte Varianz von $X_2$, gegeben* $\{X_1 = a_1\}$ als

$$\mathbf{Var}_{a_1}[X_2] := \mathbf{E}_{a_1}\Big[(X_2 - \mathbf{E}_{a_1}[X_2])^2\Big]$$

Dies ist also die Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilung

mit den Gewichten $P(a_1, a_2)$, $a_2 \in S_2$ $(\subset \mathbb{R})$.

Dabei ist $P(a_1, .)$ die Übergangsverteilung "in Zeile $a_1$ ",

siehe V8a1.

Die bedingte Varianz ist somit

der bedingte Erwartungswert der
quadratischen Abweichung vom bedingten Erwartungswert,
also ein *erwarteter quadratischer Prognosefehler*.

Vergrößert sich der Prognosefehler (und um wieviel),
wenn man hier den bedingten Erwartungswert $\mathbf{E}_{a_1}[X_2]$
durch einen anderen “Prognosewert” $h(a_1)$ ersetzt?

Dieser Frage gehen wir im nächsten Teil nach.