Vorlesung 6a

Varianz und Kovarianz

Teil 2

Summen unabhängiger Zufallsvariabler;

Varianz der Binomialverteilung

(Buch S. 50 und S. 26)

Die Rechnung auf der letzten Folie von Teil 1 weist direkt den Weg zum

Satz: $X_1, \ldots, X_n$ seien paarweise unabhängige reellwertge Zufallsvariable mit endlichen Erwartungswerten. Dann gilt:

$$\mathbf{Var}[X_1 + \cdots X_n] = \mathbf{Var}[X_1] + \cdots \mathbf{Var}[X_n].$$

Beweis: Mit $\mu_i := \mathbf{E}[X_i]$ ist nach Definition der Varianz

$$\mathbf{Var}[X_1 + \cdots X_n] = \mathbf{E}\left[\left(\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu_i)\right)^2\right]$$

Wegen der Linearität des EW ist dies

$$\sum_{i,j=1}^{n} \mathbf{E}\left[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)\right].$$

Die Summanden mit $i \neq j$ sind $= 0$ wegen der Produktformel (V5b2), die “Diagonalterme” ($i = j$) summieren zu $\mathbf{Var}[X_1] + \cdots \mathbf{Var}[X_n]$. $\square$

Als unmittelbare Folgerung aus diesem Satz
zusammen mit Bsp. 2 in Teil 1 ergibt sich

Die Varianz der Bin(n, p)-Verteilung ist npq.