

Vorlesung 9b

Markovketten II

Teil 1:

Transport von Verteilungen

(Buch S. 107-108)

$(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ sei eine Markovkette auf dem Zustandsraum S mit Übergangsw'keit P und Startverteilung ρ_0 .

Dann gilt:

$$\mathbf{P}_{\rho_0}(X_0 = a_0, X_1 = a_1) = \rho_0(a_0)P(a_0, a_1)$$

Summation über $a_0 \in S$ ergibt

$$\mathbf{P}_{\rho_0}(X_1 = a_1) = \sum_{a_0 \in S} \rho_0(a_0)P(a_0, a_1)$$

Die rechte Seite kann man lesen als Produkt

des Zeilenvektors ρ_0 mit der Matrix P :

$$\sum_{a_0 \in S} \rho_0(a_0)P(a_0, a_1) := (\rho_0 P)(a_1)$$

$\mathbf{P}_\rho(X_n = c)$ zerlegt nach X_{n-1} ergibt die **Rekursion**

$$\mathbf{P}_\rho(X_n = c) = \sum_{b \in S} \mathbf{P}_\rho(X_{n-1} = b) P(b, c)$$

Mit

$$\rho_n(\cdot) := \mathbf{P}_\rho(X_n \in \cdot), \quad n = 0, 1, \dots$$

lautet diese Rekursion

$$\rho_n(c) = \sum_{b \in S} \rho_{n-1}(b) P(b, c), \quad n \geq 1$$

oder in Vektor-Matrix-Schreibweise, mit ρ_n als Zeilenvektor:

$$\rho_n = \rho_{n-1} P, \quad n \geq 1.$$