Vorlesung 3b

Indikatorvariable

Rechnen mit Ereignissen und Wahrscheinlichkeiten.

Teil 2

Rechnen mit Ereignissen

(Buch S. 37-38)

Das *sichere Ereignis* E_{s} hatten wir dadurch charakterisiert, dass seine Indikatorvariable stets den Wert 1 annimmt:

$$I_{E_{\mathrm{s}}} = 1$$

Das *unmögliche Ereignis* E_{u} ist dadurch charakterisiert, dass seine Indikatorvariable stets auf den Wert 0 fällt:

$$I_{E_{\mathrm{u}}} = 0.$$

Für zwei Ereignisse E_1, E_2

hat deren “Oder-Ereignis” die Indikatorvariable

$$I_{E_1 \cup E_2} := \max(I_{E_1}, I_{E_2}) \qquad = I_{E_1} \vee I_{E_2}$$

und deren “Und-Ereignis” die Indikatorvariable

$$I_{E_1 \cap E_2} := \min(I_{E_1}, I_{E_2}). \qquad = I_{E_1} \wedge I_{E_2}$$

Für zwei Ereignisse E_1, E_2

hat deren "Oder-Ereignis" die Indikatorvariable

$$I_{E_1 \cup E_2} := \max(I_{E_1}, I_{E_2})$$

und deren "Und-Ereignis" die Indikatorvariable

$$I_{E_1 \cap E_2} := \min(I_{E_1}, I_{E_2}).$$

Man nennt $E_1 \cup E_2$ bzw. $E_1 \cap E_2$ auch

die "Vereinigung" bzw. den "Durchschnitt"

der Ereignisse E_1 und E_2.

Für $b_1, b_2 \in \{0, 1\}$ gilt die Identität:

$$b_1 + b_2 = \max(b_1, b_2) + \min(b_1, b_2).$$

Dies überträgt sich auf eine Gleichheit von Zufallsvariablen:

$$I_{E_1} + I_{E_2} = I_{E_1 \cup E_2} + I_{E_1 \cap E_2}$$

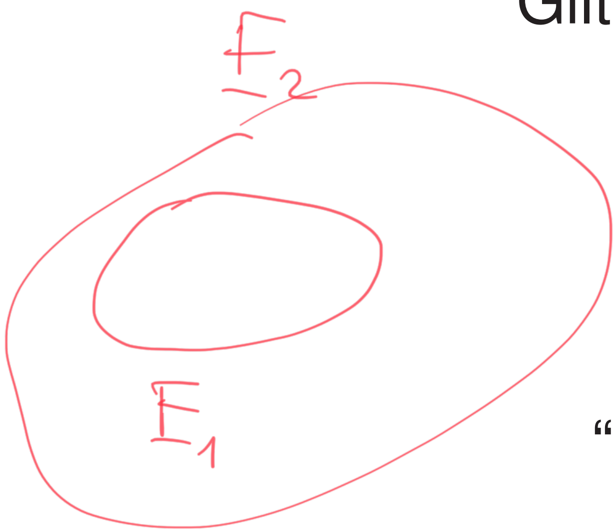
Falls

$$\boxed{E_1 \cap E_2 = E_{\mathrm{u}}}\ ,$$

so heißen E_1 und E_2

disjunkte oder *sich ausschließende Ereignisse*.

Gilt $E_1 = E_1 \cap E_2$, so schreiben wir



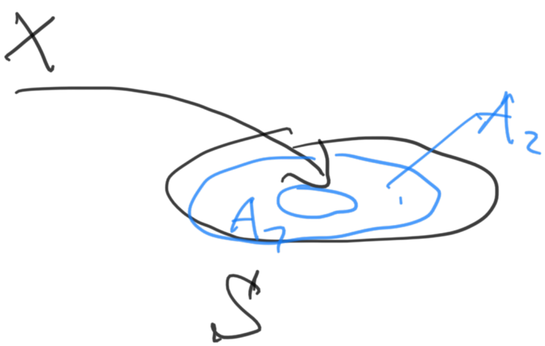
$$E_1 \subset E_2 \ .$$

und sagen:

"Mit E_1 tritt sicher auch E_2 ein"

oder auch

"Das Ereignis E_1 zieht das Ereignis E_2 nach sich."



Für jedes Ereignis E ist sein *Komplementärereignis*

$$E^c$$

definiert durch

$$I_{E^c} := 1 - I_E \quad \text{bzw.} \quad E^c := \{I_E = 0\} \,.$$

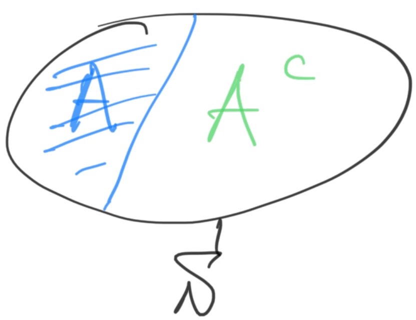
Für jedes Ereignis E ist sein *Komplementärereignis*

$$E^c$$

definiert durch

$$I_{E^c} := 1 - I_E \quad \text{bzw.} \quad E^c := \{I_E = 0\}\ .$$

Wegen $\mathbf{1}_{A^c} = 1 - \mathbf{1}_A$ gilt



$$\boxed{\{X \in A\}^c = \{X \in A^c\}}\ .$$