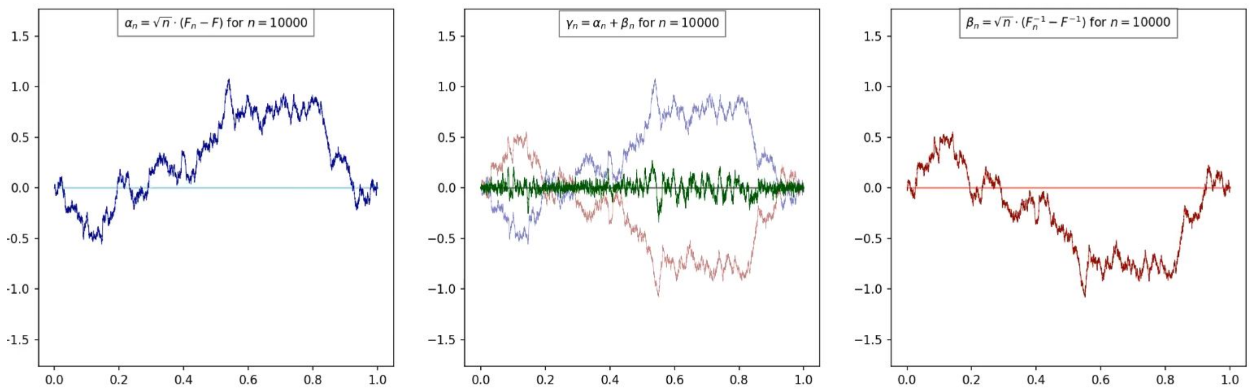
Dr. Julian Gerstenberg
Sommersemester 2023
Philipps-Universität Marburg

Vorlesungsankündigung für das **Sommersemester 2023**

Asymptotische Nichtparametrische Statistik

Eine typische Grundannahme statistischer Verfahren ist, Daten als Beobachtungen unabhängiger identisch verteilter Zufallsvariablen unbekannter Verteilung zu modellieren. Basierend auf den beobachteten Daten sollen Rückschlüsse über die unbekannte Verteilung getätigt werden; oft in Form von Hypothesentests oder durch Angabe von Konfidenzintervallen. Nimmt man an, dass die unbekannte Verteilung aus einer (gutartig) parametrisierten Verteilungsfamilie stammt (Beispiel: Normalverteilungsannahme), stehen einem häufig parametrische Verfahren mit gewissen Optimalitätseigenschaften zur Verfügung – allerdings ist es in Anwendungsfällen oft nicht möglich, eine bestimmte Verteilungsannahmen zu rechtfertigen.
Aus diesem Grund erfreuen sich **nichtparametrische** statistische Verfahren großer Beliebtheit: nichtparametrische Verfahren werden ohne – oder unter nur sehr schwachen – Annahmen an die unbekannte zugrundeliegende Verteilung hergeleitet. Die Gefahr, als Anwender ein nicht-gerechtfertiges statistisches Verfahren anzubringen, ist bei Wahl nichtparametrischer Ansätze also deutlich verringert. In dieser Vorlesung werden wir einige (klassische) nichtparametrische Verfahren mathematisch fundiert betrachten, besonderer Fokus liegt auf asymptotischen Betrachtungen (Stichprobenumfang $n \to \infty$).
Ein kleiner Ausblick: $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seien unabhängige identisch verteilte reellwertige Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion $F(x) = P(X_i \leq x), x \in \mathbb{R}$. Ein konsistenter Schätzer für F ist die empirische Verteilungsfunktion $F_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} 1(X_j \leq x)$. Ein naheliegender Schätzer für die inverse Quantilfunktion $F^{-1}(p) = \inf\{x \in \mathbb{R} | F(x) \geq p\}, p \in (0,1)$ ist die empirische Quantilfunktion $F_n^{-1}(p) = \inf\{x \in \mathbb{R} | F_n(x) \geq p\}$, unter geeigneten Annahmen ist auch dieser konsistent. Folgende Grafik zeigt eine Realisierung sogenannter *Empirischer (Quantil) Prozesse* im Fall, dass $F(x) = x, 0 \leq x \leq 1$ die auf $[0,1]$ uniforme Verteilung beschreibt.



Eine Animation finden Sie hier: Standard empirical (quantile) process.

Inhaltliches
Stichworte: Anpassungs-, Homogenitäts- und Unabhängigkeitstests, Empirische Prozesse, Brownsche Brücke, Bootstrap, Continuous Mapping, Funktionale Δ-Methode, Hadamard-Differenzierbarkeit, U-Statistiken, Karhunen-Loève-Darstellungen, Programmierbeispiele
Vorausgesetzte Begriffe: unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen, Verteilungsfunktionen, Quantile, Konvergenzbegriffe für Zufallsvariablen (in Verteilung, stochastisch, fast sicher), Gesetz der großen Zahlen, Normalverteilung, Zentraler Grenzwertsatz (wird nochmal wiederholt), Grundbegriffe Statistik (Schätzer, Hypothesentests, Konfidenzintervalle)
Hilfreiche Vorkenntnisse: maßtheoretische Wahrscheinlichkeitstheorie und topologische Grundbegriffe

Organisatorisches - bitte im ILIAS-Kurs eintragen!
Modus: Vorlesungen über Videos und **eine** wöchentliche Präsenzveranstaltung, die eine Kombination aus Repetitorium, Zentralübung und Tutorium über 90 Minuten sein wird.
Zeit: Montags 10.15-11.45 Uhr, Lahnberge, Raum 03A21 (SR II A3).
Modul: Kleines Vertiefungsmodul Stochastik, 6LP.
Kontakt: **gersten4@staff.uni-marburg.de**.
Beginn: 17. April 2023 (Vorlesungen), erster Präsenztermin: 24. April 2023.