Theoretische Informatik I

Blatt 5, 16.11.2004, Abgabe 23.11.2004 in der Vorlesung

Aufgabe 16. Es sei $S'(n)$ die minimale Tiefe von ternären Vergleichsbäumen zum Sortieren von n Schlüssel, die nicht notwendigerweise verschieden sind. Zeige, daß $S'(n) = S(n)$. Gib explizit an, wie man einen binären Vergleichsbaum minimaler Tiefe zu einem ternären Vergleichsbaum minimaler Tiefe erweitern kann.

Aufgabe 17. Es sind n Schlüssel der Größe nach zu sortieren, die alle entweder 0 oder 1 sind. Zeige, daß $n-1$ binäre Vergleiche (mit Ausgängen $\leq$, $>$) hinreichend und im worst-case notwendig sind.

Aufgabe 18. Beweisen oder widerlegen Sie

a) $\sqrt[n]{n} = 1 + \frac{\ln(n)}{n} + O\left(\frac{\ln^2 n}{n^2}\right)$

b) $\sqrt[n]{n} = O\left(\frac{\ln n}{n}\right)$

c) $\sqrt[n]{n} = o(1)$

d) $\sqrt[n]{n} = O(1)$

e) $3^n = O(2^n)$

f) $2^n = O(3^n)$

g) $\sqrt{n} - \sqrt{n-1} \sim \frac{1}{2\sqrt{n}}$

h) $\sqrt{n} - \sqrt{n-1} = \Omega\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

Aufgabe 19. Zeige, daß ein Turnier zur Ermittlung des stärksten von n verschieden starken Spielern nur dann mit $n-1$ Zweikämpfen (für alle Spielstärken) auskommt, wenn kein geschlagener Spieler weiterspielen darf.