

Theoretische Informatik I

Blatt 1, 19.10.2004, Abgabe 26.10.2004 in der Vorlesung

Aufgabe 1. Zeige: mit $M = N - 1 + \prod_{i=1}^k (m_i - n_i + 1)$ ist die Abbildung

$$LOC_A : [n_1, m_1] \times [n_2, m_2] \times \cdots \times [n_k, m_k] \longrightarrow [N, M]$$

$$LOC_A(i_1, \dots, i_k) = N + \sum_{1 \leq j \leq k} (i_j - n_j) \prod_{j+1 \leq t \leq k} (m_t - n_t + 1)$$

bijektiv und erhält die lexikographische Ordnung \prec .

Zeige: $LOC_A(b_1, \dots, b_k) = LOC_A(a_1, \dots, a_k) + 1 \implies (a_1, \dots, a_k) \prec (b_1, \dots, b_k)$.

Aufgabe 2. Die $m \times n$ Matrizen A, \bar{A} seien (nach der Koordinatenmethode) als Felder $B[1 : 3k], \bar{B}[1 : 3\bar{k}]$ gegeben. Schreibe ein Programm, welches die Matrix $A + \bar{A}$ berechnet und durch ein Feld $B'[1 : 3k']$ darstellt.

Aufgabe 3. Analysiere folgendes Sortierverfahren

INSERTION-SORT

EINGABE $A[1 : n]$

FOR $i = 1, \dots, n$ DO

FOR $j = n$ DOWN TO $i + 1$ DO

IF $A[j - 1] > A[j]$ THEN

$[k := A[j - 1], A[j - 1] := A[j], A[j] := k]$

1. Zeige: nach i Durchläufen der j -Schleife besteht $A[1 : i]$ aus den i kleinsten Elementen und ist aufsteigend sortiert.
2. Bestimme die worst-case Laufzeit des Verfahrens, zähle Zuordnungen und Vergleiche getrennt. [Siehe Cormen et alii, ch. 1.1]

Aufgabe 4. Wir betrachten die Menge $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$. In einem ersten Zufallsexperiment bestimmen wir eine Menge $A \subset \Omega$, indem wir jedes Element aus Ω mit Wahrscheinlichkeit p_A in A aufnehmen. Wir wiederholen das Experiment und bilden eine Menge B , wobei wir jedes Element aus Ω mit Wahrscheinlichkeit p_B in B aufnehmen.

1. Bestimme $\mathbf{E}[|A \cap B|]$, den Erwartungswert der Mächtigkeit der Schnittmenge.
2. Bestimme $\mathbf{E}[|A \cup B|]$, den Erwartungswert der Mächtigkeit der Vereinigungsmenge.

Jede Aufgabe ist mit 5 Punkten bewertet.