Diskrete Mathematik

Blatt 3, 29.04.2010, Abgabe 10.05.2010, 10.10 Uhr

Aufgabe 1. Löse $Ax = b \cdot \det A$ für

$$A = \begin{bmatrix} 101 & -131 \\ 70 & -92 \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} 30 \\ -100 \end{bmatrix}$$

modulo 99 und 101 und setze die Lösung mittels CRT zusammen. Begründe die Korrektheit der Lösung.

Hinweis: Für die ganzzahlige Lösung $(x_1, x_2)^t$ gilt $|x_1|, |x_2| < \frac{1}{2}\, 99 \cdot 101$.

6 Punkte

Aufgabe 2. Lösen Sie folgendes Kongruenzsystem

$$x = 18 \bmod 11,\; x = 3 \bmod 18,\; x = 7 \bmod 25$$

6 Punkte

Aufgabe 3. Zeigen Sie $10^i \equiv (-1)^i (\mathrm{mod}\ 11)$ für $i \geq 0$. Entwickeln Sie daraus die Elferprobe. ($11 | \sum_{i=0}^{k} a_i 10^i$ gdw $11 | \sum_{i=0}^{k} a_i (-1)^i$)

Zeigen Sie, dass die folgenden Zahlen keine Quadrate sind, indem Sie Reste modulo 9 oder 11 betrachten: 499 944, 2 027 651 281. **6 Punkte**

Aufgabe 4. Finde eine Gauss'sche ganze Zahl $z \in \mathbb{Z}[i]$, so dass

$$z = 2 \bmod 3, \quad z = 1 \mod (1+2i),\; z = 0 \bmod 2.$$

Dabei bedeute $z = c \mod m$, dass $\exists t \in \mathbb{Z}[i]$: $z = c + tm$. **6 Punkte**