J.W. Goethe-Universität, Frankfurt am Main
Sommersemester 2008
Prof. Dr. C.P. Schnorr, Antoine Scemama

Diskrete Mathematik, Übung 4

Aufgabe 1. Sei $\mathbb{Z}_3 = \mathbb{Z} / 3\mathbb{Z} = \{0, 1, 2\}$.
Löse zu $f = x^5 + 1,\ g = x^3 + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$ die Gleichung $fu + gv = \text{ggT}(f, g)$ für $u, v \in \mathbb{Z}_3[x]$ mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus für Polynome. Beschreibe den Algorithmus.

Aufgabe 2. Löse $Ax = b \cdot \det A$ für

$$A = \begin{bmatrix} 101 & -131 \\ 70 & -92 \end{bmatrix}\ ,\ b = \begin{bmatrix} 30 \\ -100 \end{bmatrix}$$

modulo 99 und 101 und setze die Lösung mittels CRT zusammen. Begründe die Korrektheit der Lösung.
Hinweis: Für die ganzzahlige Lösung $(x_1, x_2)^t$ gilt $|x_1|, |x_2| < \frac{1}{2}\ 99 \cdot 101$.

Aufgabe 3. Lösen Sie folgendes Kongruenzsystem

$$x = 18 \bmod 11,\ x = 3 \bmod 18,\ x = 7 \bmod 25\ .$$

Aufgabe 4. Zeigen Sie $10^i \equiv (-1)^i (\text{mod } 11)$ für $i \geq 0$. Entwickeln Sie daraus die Elferprobe. Zeigen Sie, dass die folgenden Zahlen keine Quadrate sind, indem Sie Reste modulo 9 oder 11 betrachten: 499 944, 2 027 651 281.

Bonuspunkte: Bei erfolgreichem Bearbeiten von 50% der Aufgaben wird auf die in der Klausur zum Bestehen zu erreichende Punktzahl ein Bonus von 20% gegeben. Bei $\delta\cdot$ 50% entsprechend $\delta\cdot$20% Bonus für $\delta \leq 1$.

Abgabetermin dieses Blattes: 05. Mai 2008, 12.10 Uhr