

## **Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts<sup>1</sup>**

### **1. Generelle Empfehlungen**

In unserer vom Austausch von Information und von der Analyse empirischer Daten geprägten Welt erfahren mathematische Teilgebiete wie Datenanalyse, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik eine neue bildungspolitische Relevanz. Immer mehr Entscheidungen und Vorhersagen beruhen auf der Analyse statistischer Daten, die Gefahr von Fehlinterpretationen und Missbrauch von Daten nimmt zu. Der Einsatz stochastischer Modelle zum Treffen von Entscheidungen in Situationen der Ungewissheit gewinnt an Bedeutung. Statistik ist das meist unterrichtete Fach an deutschen Universitäten. Schätzungsweise jeder dritte Studierende muss im Verlaufe seines Studiums einen Kurs in Statistik belegen. Im Zeitalter der elektronischen Informationsmedien wird es immer dringlicher, dass Schülerinnen und Schüler verstehen lernen, wie Information verarbeitet und in nutzbringendes Wissen umgesetzt wird.

Daher halten wir es für erforderlich, in der Schule Datenkompetenz zu entwickeln, d.h. Grundkenntnisse im Umgang mit Massendaten zu bekommen und die Fähigkeit, auf Daten basierende Entscheidungen treffen und begründen zu können, gehört zu den Bildungsaufgaben einer modernen Schule.

Zur *stochastischen Allgemeinbildung* eines Schulabsolventen gehören grundlegende Elemente der Beschreibenden Statistik und Explorativen Datenanalyse, der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Beurteilenden Statistik in dem Maße, wie sie zur Bewältigung der damit verbundenen allgemeinen Anforderungen in seiner künftigen Ausbildung sowie seinem beruflichen, gesellschaftlichen und persönlichen Leben erforderlich sind.

Eine grundlegende stochastische Bildung muss daher in Zukunft zum verbindlichen Bestandteil aller Pläne<sup>2</sup> für den Mathematikunterricht von der 1. bis 12./13. Klasse gehören.

Stochastische Inhalte sollten nicht unverbunden neben den gängigen Inhalten des Mathematikunterrichts stehen, sondern mit diesen vernetzt werden. Das bedeutet u. a.:

- Dem Stochastikunterricht muss ein größerer Beitrag zur Realisierung der allgemeinen Ziele des Mathematikunterrichts zugemessen werden.
- Im gesamten Mathematikunterricht müssen häufiger Bezüge zu stochastischen Denk- und Vorgehensweisen hergestellt werden. Die Arbeit mit Daten und auf Daten aufbauenden Modellbildungen können als Unterrichtsprinzip in verschiedenste Gebiete des Mathematikunterrichts integriert werden. Inhalte aus dem Bereich Datenanalyse eignen sich sehr gut für Verbindungen mit anderen Themen des Mathematikunterrichts, z.B. aus Arithmetik, Geometrie, Algebra und Analysis und geben diesen Themenbereichen einen lebensnahen Bezug.

Über die allgemeinen Prinzipien zur Gestaltung des Mathematikunterrichts hinaus sollten im Stochastikunterricht folgende *spezifische Anforderungen* beachtet werden:

---

<sup>1</sup> Der AK Stochastik in der Schule hat diese Empfehlungen auf der Grundlage einer Analyse der Pläne aller Bundesländer im Ergebnis einer zweijährigen intensiven Diskussion auf seiner Herbstsitzung 2002 unter Auflage weiterer redaktioneller Veränderungen verabschiedet.

<sup>2</sup> Da die Bezeichnungen der gesetzlichen Planungsgrundlagen in den einzelnen Bundesländern unterschiedlich sind (Lehrplan, Richtlinie, Rahmenrichtlinie, Rahmenplan, Bildungsplan, usw.), wird für diese Empfehlungen der Oberbegriff „Plan“ verwendet.

- Damit Schüler<sup>3</sup> lernen, Daten sachgerecht zu interpretieren und nach Zusammenhängen in Daten suchen zu können, sollten möglichst reale Daten aus dem Umfeld der Schüler verwendet werden.
- Verbale Erläuterungen und Begründungen erhalten eine erhöhte Bedeutung, da die Auswertung von Daten nicht allein in der Berechnung bestimmter Kenngrößen oder der Anfertigung von Diagrammen besteht, sondern auch eine inhaltliche Interpretation der Kenngrößen und Diagramme beinhaltet. Die Antwort auf ein Problem der Datenanalyse ist selten eine einzige zu errechnende Zahl. Vielmehr müssen Schüler in Sätzen ihre Vorgehensweisen und Schlussfolgerungen erklären können.
- Daten erlauben oft mehr als eine mögliche Schlussfolgerung. Die Schüler sollten daran gewöhnt werden, ein Problem unter verschiedenen Aspekten zu diskutieren. Es sollten häufig verschiedene Methoden zur Bearbeitung einer Sachsituation herangezogen werden.
- Auf Grund häufig fehlerhafter Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik im gesellschaftlichen Leben (z.B. in den Medien) sollten Wahrscheinlichkeitsaussagen und statistische Aussagen aus dem Erfahrungsbereich der Schüler regelmäßig im Mathematikunterricht kritisch reflektiert werden.
- Der Stochastikunterricht sollte ferner durch einen hohen Stellenwert experimenteller Arbeiten und durch selbständige Datenerhebungen charakterisiert sein. Dabei sind oft Computer zur Darstellung und Auswertung von Daten oder zur Simulation sinnvoll einsetzbar.  
Die Verfügbarkeit neuer Technologien (Computer, grafikfähige TR, Internet) bedeutet weittragende Änderungen im Stochastikunterricht. Neben den auch aus anderen Gebieten der Schulmathematik bekannten Möglichkeiten (Erledigung aufwändiger Berechnungen, interaktives Erstellen von Grafiken und Schaubildern) sind hier vor allem die Datenbeschaffung durch das Internet sowie die flexible und leichte Durchführbarkeit von Demonstrationen und Simulationen zu nennen. Vom Zufallsgenerator erzeugte Daten können maßgeblich dazu beitragen, bei Schülern eine Intuition für zufallsbedingte Variabilität in empirischen Daten zu entwickeln.
- Wie im Mathematikunterricht allgemein ist es insbesondere auch im Stochastikunterricht nicht sinnvoll, zuerst alle benötigten Begriffe und Verfahren einzuführen und dann zu komplexen Anwendungen überzugehen. Stattdessen sollte man von Anfang an Anwendungen und Projekte in den Unterricht einbeziehen. Solche „Anfangsbegegnungen“ sollten besonders ansprechend, typisch und einprägsam sein.
- Zwischen vielen Elementen und Betrachtungsweisen der Statistik einerseits und der Wahrscheinlichkeitsrechnung andererseits bestehen Wechselbeziehungen. Neben der notwendigen eigenständigen Entwicklung von Begriffen und Verfahren der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung sollten deshalb in allen Klassenstufen Verbindungen von Inhalten aus beiden Disziplinen hergestellt werden.
- Der mathematische Kalkül sollte sehr „vorsichtig“ entwickelt werden, insbesondere ist kein Wissen auf Vorrat zu produzieren. Es sollte ein minimales Begriffsgefüge angestrebt werden.

Die Kombinatorik wird nicht zur Stochastik im engeren Sinne gezählt. Im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat die Kombinatorik die Funktion einer Hilfsdisziplin, indem sie geeignete Abzählverfahren zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bereitstellt. Für die Lösung von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung in dem von uns vorgeschlagenen Minimalkurs sind nur sehr wenige explizite kombinatorische Kenntnisse erforderlich. Aufgrund der Bedeutung der Kombinatorik für das Erlernen grundlegender Zähltechniken und die Entwicklung allgemeiner geistiger Fähigkeiten halten wir in diesem Sinne elementare

---

<sup>3</sup> Im Folgenden sind damit Schülerinnen und Schüler gemeint.

kombinatorische Inhalte weiterhin für bedeutsam. Sie sollten in angemessener Weise auch in den Stochastikunterricht integriert werden.

## 2. Empfehlungen zum Abschlussniveau in der Primarstufe

Bereits in der Primarstufe sollten Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik verbindlicher Bestandteil der Pläne sein, da

- die Schüler in ihrem täglichen Leben bereits mit stochastischen Erscheinungen (statistische Daten, Wahrscheinlichkeitsaussagen, Spiele mit Zufallsgeneratoren u.a.) konfrontiert werden und
- die Entwicklung einer stochastischen Allgemeinbildung ein grundlegendes und langfristig zu entwickelndes Ziel ist, das einer propädeutischen Behandlung in der Grundschule bedarf.

Am Ende der Primarstufe sollten Schülerinnen und Schüler

1. Probleme kennen und Fragen selbst stellen können, die sich mithilfe von Daten beantworten lassen,
2. erste Erfahrungen im Erfassen und Aufbereiten von Daten mit Strichlisten, Häufigkeitstabellen, Strecken- und Streifendiagrammen besitzen,
3. Informationen aus einfachen Diagrammen entnehmen können,
4. die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen auf der Grundlage von Daten, Erfahrungen oder der Analyse der Bedingungen des Vorgangs qualitativ vergleichen und einschätzen können,
5. über erste Erfahrungen mit einfachen Zufallsexperimenten verfügen.

Stochastik sollte in der Primarstufe kein eigenständiges Stoffgebiet darstellen, sondern als ein Aspekt den gesamten Mathematikunterricht durchziehen. Besonders bietet sich eine Integration in das Sachrechnen an.

Bei der Behandlung im Unterricht sollten Vorerfahrungen der Schüler analysiert und aufgegriffen werden. Außerdem sind den Schülern Möglichkeiten zu verschiedenen Lösungswegen und einem Vorgehen auf enaktiver Ebene anzubieten.

## 3. Empfehlungen zum Abschlussniveau der Sekundarstufe I

Ziele einer stochastischen Allgemeinbildung der Schüler sollten Bestandteil der Pläne möglichst jeder Jahrgangsstufe bzw. Doppeljahrgangsstufe sein. Zur Realisierung der im Folgenden aufgeführten Minimalforderungen sollten mindestens 10 % der Unterrichtszeit eingeplant werden.

Der Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I sollte folgendes Abschlussniveau anstreben<sup>4</sup>:

1. Die Schüler sind in der Lage, zufällige Erscheinungen in ihrem Erfahrungsbereich zu erkennen und zu beschreiben, indem sie das betrachtete Merkmal und die möglichen Ergebnisse angeben, und Bedingungen zu nennen, die Einfluss auf das Eintreten der unterschiedlichen Ergebnisse haben können.
2. Die Schüler sind in der Lage, Fragen zu stellen und Erhebungen zu planen, mit denen Daten zu einem oder mehreren Merkmalen in einer oder mehreren Grundgesamtheiten erhoben werden können. Sie kennen die Problematik der Auswahl einer repräsentativen Stichprobe und können durch zufällige Auswahl eine solche in einfachen Fällen gewinnen.

---

<sup>4</sup> Die Reihenfolge der Punkte ist nicht als Vorschlag für eine Reihenfolge ihrer Behandlung im Unterricht zu verstehen.

3. Die Schüler können Strichlisten und Häufigkeitstabellen für eindimensionale Daten anfertigen sowie relative Häufigkeiten berechnen.  
Die Schüler kennen folgende Möglichkeiten zur grafischen Darstellung von eindimensionalen Daten: Kreisdiagramm, Streckendiagramm (Stabdiagramm), Streifendiagramm (Balken- oder Säulendiagramm), Liniendiagramm (Kurvendiagramm, Streckenzug, Polygonzug), Stamm-Blatt-Diagramm (Stamm-Blätter-Diagramm, Stängel-Blätter-Diagramm) und Bilddiagramm (Piktogramm). Sie sind in der Lage, angemessene grafische Darstellungen für Daten auszuwählen und in einfachen Fällen zu erstellen, wobei nach Möglichkeit geeignete Software verwendet werden sollte.  
Im *Realschul-* und *gymnasialen Bildungsgang* sollten auch Boxplots verwendet, mehrere Verteilungen mittels Boxplots miteinander verglichen sowie zweidimensionale Daten in Tabellen und Streudiagrammen dargestellt werden.
4. Die Schüler können vorliegende grafische Darstellungen lesen und interpretieren. Insbesondere können sie den qualitativen Verlauf von Zeitreihen beschreiben. Sie erkennen fehlerhafte Darstellungen in einfachen Fällen.
5. Die Schüler können das arithmetische Mittel und den Zentralwert (Median) einer Häufigkeitsverteilung bestimmen, interpretieren und deren angemessene Verwendung beurteilen.
6. Die Schüler verstehen qualitativ das Problem der Streuung und können ein einfaches Streuungsmaß (z. B. Spannweite) berechnen und interpretieren.  
Im *Realschul-* und *gymnasialen Bildungsgang* sollte ein weiteres Streuungsmaß (z.B. die mittlere Abweichung, die Vierteldifferenz oder die Standardabweichung) an Beispielen berechnet und interpretiert werden.
7. Im *Realschul-* und *gymnasialen Bildungsgang* kennen die Schüler das Problem der Gruppierung von Daten und können in einfachen Fällen eine Klassenbildung vornehmen und dafür das arithmetische Mittel berechnen.  
Sie können im *gymnasialen Bildungsgang* auch Histogramme erstellen und wissen um grundlegende Eigenschaften eines Histogramms.
8. Die Schüler können auf der Grundlage von Daten Schlussfolgerungen und Prognosen qualitativ herleiten und bewerten. Dazu betrachten sie die Bedingungen der zufälligen Vorgänge, von denen die Daten erhoben wurden, und suchen nach Beziehungen zwischen der Ausprägung der Bedingungen und der Verteilung der Daten. Sie untersuchen insbesondere die Unterschiede zwischen den Ergebnissen verschiedener Stichproben einer Grundgesamtheit. Sie können begründete Vermutungen aufstellen, neue Fragen formulieren und dazu entsprechende neue Untersuchungen planen.  
Im *Realschul-* und *gymnasialen Bildungsgang* sollten auch Streudiagramme genutzt werden, um Beziehungen zwischen zwei Merkmalen eines Objektes zu entdecken und zu untersuchen. Die Schüler können Geraden in geeignete Streudiagramme nach Augenmaß oder mit Hilfe von Software einpassen.
9. Die Schüler können qualitativ die Beziehungen zwischen der Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses/Ereignisses und seiner relativen Häufigkeit bei einer großen Zahl von Wiederholungen des Vorgangs unter gleichen Bedingungen beschreiben.
10. Die Schüler können eine Wahrscheinlichkeitsangabe als Grad der Erwartung, Grad der Sicherheit und als Prognose zu erwartender absoluter Häufigkeiten interpretieren.
11. Die Schüler können im Fall der Gleichwahrscheinlichkeit aller möglichen Ergebnisse Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen als Verhältnis der Anzahl der günstigen zu den möglichen Fällen berechnen.

12. Die Schüler können die Wahrscheinlichkeit bei zweistufigen Zufallsvorgängen mithilfe eines Baumdiagramms und der Pfadregeln berechnen.  
Im *Realschul- und gymnasialen Bildungsgang* können die Schüler die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bei mehrstufigen Zufallsvorgängen mithilfe eines Baumdiagramms und der Pfadregeln berechnen.
13. Im *Realschul- und gymnasialen Bildungsgang* können die Schüler den Erwartungswert eines quantitativen Merkmals bei einer vorliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnen und sachbezogen interpretieren.
14. Im *Realschul- und gymnasialen Bildungsgang* lernen die Schüler Sachzusammenhänge kennen, bei denen eine Simulation mit Hilfe von Zufallszahlen sinnvoll ist. Sie können Experimente mit Zufallsgeneratoren bzw. Zufallszahlen planen, durchführen und auswerten. Sie sind insbesondere in der Lage, zufällige Vorgänge zu simulieren. Dadurch sammeln sie zugleich Erfahrungen in stochastischen Situationen und können ihre Intuitionen über zufällige Erscheinungen und Wahrscheinlichkeiten überprüfen und gegebenenfalls korrigieren.

#### **4. Empfehlungen zum Abschlussniveau der Sekundarstufe II**

##### *Prinzipien zum Stochastikunterricht in der Sekundarstufe II*

Neben den allgemeinen Prinzipien zum Stochastikunterricht (vgl. S. 1/2) sollten für die Sekundarstufe II weiterhin folgende Grundsätze beachtet werden:

1. Das Konzept des Stochastikunterrichts in der Sekundarstufe II sollte sich an den in der Sekundarstufe I behandelten Inhalten orientieren. Analog zu den beiden übrigen Gebieten der Sekundarstufe II – Analysis und Lineare Algebra/Analytische Geometrie – sollte außer der üblichen Reaktivierung des benötigten Wissens keine explizite Behandlung von Stoffen der Sekundarstufe I in den Plänen gefordert werden. Analog zu den beiden übrigen Gebieten der Sekundarstufe II, der Analysis und der Linearen Algebra/Analytischen Geometrie, sollte außer der üblichen Reaktivierung des benötigten Wissens keine explizite Behandlung von Stoffen der Sekundarstufe I in den Plänen gefordert werden..
2. Entsprechend den einheitlichen Prüfungsanforderungen der Kultusministerkonferenz in der Fassung vom 24. Mai 2002 ist der Unterricht in Stochastik verbindlicher und prüfungsrelevanter Bestandteil aller Pläne. Stochastik spielt in einer sehr großen Zahl von Studiengängen eine erhebliche Rolle (siehe S. 1), und es kann immer wieder beobachtet werden, dass viele Studierende große Probleme im Verständnis grundlegender Begriffe und Denkweisen der Stochastik haben.
3. Der Stochastikunterricht in der Sekundarstufe II sollte so angelegt werden, dass die stochastischen Inhalte mit den Inhalten der Analysis und mit den Inhalten der Analytischen Geometrie / Linearen Algebra vernetzt werden.
4. Die weitere Entwicklung des stochastischen Wissens und Könnens in der Sekundarstufe II, ist nur möglich, wenn die Lernenden selbst weiterhin viele Gelegenheiten für Eigenaktivitäten erhalten, um operative Erfahrungen mit zufälligen Vorgängen zu machen und über diese zu reflektieren. Das schließt die Planung und Durchführung von statistischen Untersuchungen, Experimenten und Simulationen sowie die Konstruktion von Modellen und deren Interpretation ein.

Aufgrund der unterschiedlichen Realisierungsmöglichkeiten von Abiturstufenplänen hinsichtlich Zeitumfang, Jahrgangsstufe, Grund- und Leistungskurs sowie unterschiedlicher inhaltlicher Ausgestaltungsmöglichkeiten werden lediglich allgemeine Kompetenzen genannt, die als Mindestziele in jedem Plan angestrebt werden sollten. Darüber hinaus werden mögliche Erweiterungen und Vertiefungen angeführt.

### **Mindestziele:**

1. *Kompetenzen bei der Planung von statistischen Untersuchungen*  
Die Schüler verstehen, wie die Art der Planung von Studien die Qualität der Daten und der daraus möglichen Schlussfolgerungen maßgeblich beeinflusst.
2. *Kompetenzen im Darstellen und Zusammenfassen von Daten*  
Die Schüler können zu Datenmengen geeignete Grafiken erstellen, statistische Kennzahlen ermitteln und damit in sinnvoller Weise Fragen beantworten. Sie kennen einfache Techniken zur Beschreibung und Modellierung von Zusammenhängen zwischen zwei Variablen. Sie verstehen, dass Daten durch Zufall bedingt variieren.
3. *Kompetenzen im Modellieren zufälliger Vorgänge*  
Die Schüler sind in der Lage, vom Zufall beeinflusste Vorgänge mit Hilfe von Zufallsvariablen zu modellieren. Sie können durch Simulation Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte von Zufallsgrößen schätzen. Sie können eine Wahrscheinlichkeitsverteilung im Sachkontext begründet und adäquat zur Modellierung einsetzen. Insbesondere verstehen sie das Konzept der Binomialverteilung.
4. *Kompetenzen im Umgang mit dem Kalkül der Stochastik*  
Die Schüler kennen die Grundeigenschaften von Wahrscheinlichkeiten und können daraus einfache Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten ableiten und bei konkreten Problemen anwenden. Sie können Kenngrößen von Zufallsvariablen berechnen. Die Schüler erwerben ein inhaltliches Verständnis für den Begriff "bedingte Wahrscheinlichkeit", und für die Bayessche Formel und können sie in Sachsituationen verständlich anwenden. Die Schüler kennen den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit von Ereignissen und können ihn sachbezogen interpretieren. Sie können die Unabhängigkeit in einfachen Fällen als Modellannahme begründen.
5. *Kompetenzen im begründeten Schließen in unsicheren Situationen*  
Die Schüler haben an Beispielen grundlegende Probleme stochastischer Schlussweisen kennengelernt. Sie verstehen das prinzipielle Vorgehen bei einem Signifikanztest und können anhand eines Beispiels erklären, was eine signifikante Abweichung vom Erwartungswert ist. Insbesondere wissen sie, bei welchen Fragestellungen Signifikanztests ein angemessenes Werkzeug darstellen und bei welchen Problemen diese Tests keine brauchbaren Aussagen liefern. Sie sind imstande, Aussagen über Wahrscheinlichkeiten für Fehler 1. und 2. Art korrekt aufzustellen und zu interpretieren.

### **Erweiterungen und Vertiefungen:**

1. Die Schüler kennen Charakteristika und Unterschiede von Untersuchungstypen sowie den Effekt der Randomisierung auf die Qualität der Schlussfolgerungen. Sie können eine Studie zu einfachen Untersuchungsfragen planen.
2. Die Schüler können die Gestalt der Binomialverteilung aus den Parametern ableiten und den Zusammenhang zu den Kenngrößen Erwartungswert und Varianz herstellen. Sie wissen, wie sich die Gestalt der Binomialverteilung mit wachsendem  $n$  ändert. Sie kennen

- die Bedeutung der  $k\sigma$ -Intervalle für große  $n$  und können sie bestimmen sowie sachgerecht interpretieren. Sie verstehen die Aussage des Bernoullischen Gesetzes der großen Zahlen.
3. Die Schüler können auf der Grundlage der Binomialverteilung einen geeigneten Stichprobenumfang bestimmen, um einen unbekannt Parameter mit einer gewissen vorgegebenen Sicherheit und einer beliebigen vorgegebenen Genauigkeit zu schätzen. Sie sind in der Lage, die Genauigkeit von gegebenen Schätzwerten von Wahrscheinlichkeiten (z. B. Umfrageergebnissen aus den Medien) kritisch zu beurteilen.
  4. Vor dem Hintergrund der Frage: "Wie sicher kann man sich angesichts der vorliegenden Daten sein, dass die Hypothese  $H$  zutrifft" lernen die Schüler das Konzept einer Bayes-Analyse kennen, das die Beurteilung von Hypothesen erlaubt. Die Schüler erkennen dabei die grundlegende Rolle des Bayesschen Theorems. Sie sind imstande, eine Bayes-Analyse für einen diskreten Parameterraum durchzuführen.
  5. Die Schüler kennen die Normalverteilung als Beispiel für eine der wichtigsten nicht diskreten Verteilungen. Sie haben an Beispielen aus den Naturwissenschaften, der Technik, der Wirtschaft oder Soziologie erfahren, dass die Normalverteilung als Idealisierung von Häufigkeitsverteilungen auftritt.
  6. Die Schüler können auf der Grundlage von selbst aufgestellten Modellen Simulationen von zufälligen Vorgängen komplexerer Natur durchführen und auswerten. Dabei machen sie sich geeignete technologische Hilfsmittel zu nutze. Sie gewinnen aus diesen Simulationen Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte. Sie sind in der Lage, die Genauigkeit der Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten zu beurteilen.
  7. Die Schüler kennen den Begriff der Stichprobenverteilung und seine Bedeutung für die Inferenzstatistik. Dabei nutzen sie Computersimulationen, um die Eigenschaften von Stichprobenverteilungen zu erkunden.
  8. Die Schüler können mit Hilfe von Matrizen einfache stochastische Prozesse über endlichen Zustandsräumen als Markoffketten modellieren und mathematisch begründete Schlussfolgerungen ziehen.
  9. Die Schüler können Wahrscheinlichkeiten bei der Binomialverteilung unter gewissen Annahmen näherungsweise mit anderen Verteilungen (Normalverteilung bzw. Laplacesche Näherungsformeln, Poissonverteilung bzw. -näherung) berechnen.
  10. Die Schüler kennen weitere Modellierungstypen (wie z.B. die Polynomialverteilung, hypergeometrische Verteilung) bzw. Aufgabentypen (Geburtstagsproblem, Problem der vollständigen Serie, Rencontre-Problem) und können dazu passende Probleme formulieren und lösen.
  11. Die Schüler kennen die Polynomialverteilung und deren Annäherung durch die Chi-Quadrat-Verteilung. Sie können den Chi-Quadrat Test zur Güte der Anpassung anwenden und angemessen interpretieren.