

**Einführung in die computerorientierte Mathematik**  
**WS 2009/2010**  
**Prof. Dr. Thorsten Theobald**  
**Dipl.-Math.oec. Cordian Riener**

Miniprojekt 4

Abgabe: Fr 05.02.10, 10:05 Uhr

---

**Miniprojekt M4:** Betrachte ein Polynom

$$p(x) := x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$$

mit reellen Koeffizienten. Ohne Beweis: Wenn alle Nullstellen von  $p$  reell sind, dann sind sie im Intervall

$$\left[ -\frac{a_{n-1}}{n} - \frac{n-1}{n} \sqrt{a_{n-1}^2 - \frac{2n}{n-1} a_{n-2}}, -\frac{a_{n-1}}{n} + \frac{n-1}{n} \sqrt{a_{n-1}^2 - \frac{2n}{n-1} a_{n-2}} \right]$$

enthalten.

1. Betrachte die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n,n}.$$

Begründe, dass alle Eigenwerte von  $A$  reell sind.

2. Schreiben Sie eine MAPLE-Prozedur `MyMatrix(n)` die für gegebenes  $n \in \mathbb{N}$  eine Matrix nach obigem Schema ausgibt.
3. Berechnen Sie für  $n = 5, \dots, 12$  die Determinante der Matrix  $A$ . Stellen Sie eine Vermutung für die Determinante für allgemeines  $n > 5$  auf und beweisen Sie ihre Vermutung.
4. Wieso kann man sich die obigen Nullstellenschranken als Schranken für die Eigenwerte nutzbar machen und wie sehen sie im Fall  $n = 3$  aus?
5. Berechne mit Maple für  $n = 4, 8, 16$  den größten Eigenwert und vergleiche ihn mit den Schranken.

**Bitte beachten:** Ab 15.02.2010 hängen im 8. Stock der R.-M- Straße 10 Listen mit Matrikelnummern der Studierenden aus, die an der Veranstaltung erfolgreich teilgenommen haben. Falls bei Ihnen noch Leistungen ausstehen, setzen Sie sich bitte baldmöglichst mit Herrn Riener in Verbindung.

**Semesterausklang:** Zum Semesterausklang laden wir alle Teilnehmer der Vorlesung ein, sich einer Semesterabschlusswanderung am Mi. 24.02.10 zum Fuchstanz anzuschließen:

**Treffpunkt:** U-Bahn Haltestelle Hohemark (U3) um 10.30 Uhr

**Mögliche Anreise:**

Ab Westbahnhof: 09:45 Uhr mit S5 nach Oberursel (Taunus) Bahnhof von dort um 10:01 Uhr mit U3 in Richtung Hohemark.

Ab Hauptwache: 09:49 Uhr mit U3 nach Oberursel Hohemark.

Bei widrigen und unklaren Witterungsverhältnissen bitten wir Sie die Vorlesungshomepage zu besuchen. Dort würde im Falle widriger Verhältnisse zwei Tage zuvor eine Verschiebung bekanntgegeben.

Eine erholsame vorlesungsfreie Zeit!

T. Theobald, C. Riener.