

*Hinweis: Es genügt, 4 der nachstehenden 5 Aufgaben zu lösen, um die volle Punktzahl (16) für das Blatt zu erhalten. (Zusatzpunkte möglich.) Wir empfehlen zur eigenen Übung, mindestens eine Aufgabenlösung dieses Übungsblatts in  $\text{\LaTeX}$  zu schreiben.*

**Aufgabe 1.**

Für natürliche Zahlen  $m, n \in \mathbb{N}_0$  definieren wir die Ackermann-Funktion  $A(m, n)$  als

$$A(m, n) := \begin{cases} n + 1 & \text{falls } m = 0 \\ A(m - 1, 1) & \text{falls } m \neq 0, n = 0 \\ A(m - 1, A(m, n - 1)) & \text{falls } m \neq 0, n \neq 0 \end{cases}$$

Zeigen Sie:

- (a)  $A(m, n) > n$
- (b)  $A(m, n + 1) > A(m, n)$
- (c)  $A(m + 1, n) \geq A(m, n + 1)$
- (d)  $A(m + 1, n) > A(m, n)$

**Aufgabe 2.**

Beweisen Sie die folgenden Ungleichungen für die Ackermann-Funktion.

- (a)  $A(0, n) > n$
- (b)  $A(1, n) > n + 1$
- (c)  $A(2, n) > 2n$
- (d)  $A(3, n) > 2^n$

**Aufgabe 3.**

Lösen Sie die Rekursionsgleichung

$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2}, \quad a_0, a_1 = 1$$

mittels Erzeugendenfunktionen.

**Aufgabe 4.**

Implementieren Sie einen Sortieralgorithmus der Vorlesung in Maple und sortieren Sie eine zufällige Folge von 20 Zahlen.

**Hinweis:** Der Maplebefehl `rand` erzeugt zufällige Zahlen.

### Aufgabe 5.

(a) Schreiben Sie folgende Formeln in  $\text{\LaTeX}$ .

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \quad (2)$$

(b) Schreiben Sie den Aufgabentext von Aufgabe 3 in  $\text{\LaTeX}$ .