Einführung in die computerorientierte Mathematik
WS 2009/2010
Prof. Dr. Thorsten Theobald
Dipl.-Math.oec. Cordian Riener

Blatt 9 | Abgabe: Fr 18.12.09, 10:05 Uhr

Aufgabe 1.
Sei $A := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$.

(a) Zeigen Sie, dass die Einträge von $A \cdot B$ Summen von Termen $\pm m_i$ sind, wobei $m_1 = (a+d)(\alpha+\delta)$, $m_2 = (c+d)\alpha$, $m_3 = a(\beta-\delta)$, $m_4 = d(\gamma-\alpha)$, $m_5 = (a+b)\delta$, $m_6 = (a-c)(\alpha+\beta)$ und $m_7 = (b-d)(\gamma+\delta)$.

(b) Wieviele Additionen/Subtraktionen und wieviele Multiplikationen benötigt man, wenn man auf diese Weise $A \cdot B$ berechnet? *(Dies bezeichnet man als die Methode von Strassen.)*

(c) Wieviele Additionen/Subtraktionen und wieviele Multiplikationen benötigt man, wenn man $A \cdot B$ normal berechnet? (Hier bedeutet normal, dass man den Eintrag von $A \cdot B$ in der i-ten Zeile und j-ten Spalte als Skalarprodukt der i-ten Zeile von A mit der j-ten Spalte von B erhält.)

Aufgabe 2.
Stellen Sie mithilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus den ggT von

(a) 19 und 23

(b) 55 und 103

jeweils als ganzzahlige Linearkombination dar.

Aufgabe 3.
Dei durchschnittliche Anzahl von Vergleichen in Quicksort auf n Elementen in zufälliger Reihenfolge genügt der Rekursion

$$C_0 = 0, \quad C_n = n + 1 + \frac{2}{n}\sum_{k=0}^{n-1} C_k \text{ für } n > 0 \,.$$

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass gilt:

$$C_n = 2(n+1)\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+1} \,.$$

Aufgabe 4.
Schreiben Sie eine Maple-Prozedur, die zwei Zahlen mithilfe des Karatsuba-Algorithmus multipliziert. Sie können hier zur Vereinfachung davon ausgehen, dass die Anzahl der Dezimalstellen beider Zahlen eine 2er Potenz ist.