

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Übungsaufgaben

Abgabe an Ihre Tutorin bis 30.5.2025

Aufgabe 4.1

Betrachten Sie wieder die Basis B aus Aufgabe 3.3:

$$\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Wie lautet der metrische Tensor zum Basiswechsel von B nach E ?
- (b) Berechnen Sie die Determinante des metrischen Tensors und damit dann das Volumen des Spats, der von den Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ aufgespannt wird.

Aufgabe 4.2

Prüfen Sie durch Berechnung der entsprechenden Determinante, ob das folgende Gleichungssystem eine eindeutige Lösung besitzt und bestimmen Sie ggf. die Lösung durch Invertieren der zugehörigen Matrix.

(a) $\begin{aligned} x_1 + 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_3 &= 2 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$	(b) $\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 &= 0 \end{aligned}$
---	---

Aufgabe 4.3

Bestimmen Sie unter Verwendung des Gauß-Algorithmus die Lösungen folgender Gleichungssysteme:

(a) $\begin{aligned} 5x_1 + 7x_2 + 15x_3 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= 5 \end{aligned}$	(b) $\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_4 &= 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= -9 \\ -4x_1 - x_2 + 2x_3 &= -13 \\ x_1 - 11x_2 + 3x_4 &= -12 \end{aligned}$
---	--