

7. Übungsblatt

(Ausgabe am 30.11.2022, Abgabe ab 02.12.2022 12:00 Uhr bis 07.12.2022 12:00 Uhr)

Aufgabe 7.1 (diskretes multiplikatives Inverses)[4 Punkte]

Bestimmen Sie die multiplikativen Inversen für die nachstehenden Zahlen. Bitte geben Sie nur die Ergebnisse an.

- (a) $11 \in \mathbb{Z}_{23}$, (b) $11 \in \mathbb{Z}_{29}$, (c) $22 \in \mathbb{Z}_{31}$, (d) $22 \in \mathbb{Z}_{37}$.

Aufgabe 7.2 (Multiple Choice - Restklassenarithmetik)[4 Punkte]

Kreuzen Sie bei den folgenden Fragen jeweils die zutreffende(n) Antwort(en) an. Korrekte Kreuze bringen 1 Punkt. Falsche Kreuze -1 Punkt. Sie bekommen auf diese Aufgabe mindestens 0 Punkte.

(a) Welche der folgenden Aussagen zu Restklassen \mathbb{Z}_m , $m \in \mathbb{N}$ sind korrekt?

- $(\mathbb{Z}_2, \oplus, \otimes)$, $(\mathbb{Z}_3, \oplus, \otimes)$ und $(\mathbb{Z}_4, \oplus, \otimes)$ sind Körper.
 $(\mathbb{Z}_2, \oplus, \otimes)$ und $(\mathbb{Z}_3, \oplus, \otimes)$ sind Körper.
 $(\mathbb{Z}_m, \oplus, \otimes)$ ist genau dann ein Körper, wenn m ungerade ist.

(b) Welche der folgenden Aussagen zum multiplikativem Inversen b zu $a \in \mathbb{Z}_m$ sind korrekt?

- $a \cdot b = 1$.
 $a \otimes b = 0$.
 $a \cdot b \bmod m = 1$.
 $4 \in \mathbb{Z}_8$ besitzt ein multiplikatives Inverses.

(c) Welche der folgenden Aussagen zur eulerschen Phi Funktion sind korrekt?

- Für $m_1 = 5$, $m_2 = 8$, $m_3 = 10$ gilt $\varphi(m_1) = \varphi(m_2) = \varphi(m_3) = 4$.
 Es gilt $\varphi(101) = 99$.
 Es gilt $\varphi(m) < m$ für alle $m \in \mathbb{N}$.
 Es gilt $\varphi(m) \leq m$ für alle $m \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 7.3 (Euler-Fermat)[4 Punkte]

Zeigen Sie mit dem Satz von Euler-Fermat, dass jede Zahl, die weder durch 2 noch durch 5 teilbar ist, in der vierten Potenz die Endziffer 1 besitzt.

Aufgabe 7.4 (Eulersche Phi-Funktion)[4 Punkte]

Bestimmen Sie $\varphi(2)$, $\varphi(2^2)$, $\varphi(2^3)$, $\varphi(2^4)$, $\varphi(2^5)$ und stellen basierend darauf eine Vermutung für $\varphi(2^k)$, $k \in \mathbb{N}$ auf. Sie müssen Ihre Vermutung nicht beweisen. Bitte geben Sie nur die Ergebnisse an.