

2. Übungsblatt (Ausgabe am 26.10.2022, Abgabe am 02.11.2022 bis 12:00 Uhr<sup>1</sup>)

**Aufgabe 2.1 (Negation von Aussagen)[4 Punkte]**

Negieren Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Alle Vögel sind blau.
- (b) Wenn es regnet, wird die Straße nass.
- (c) Wenn es am Wochenende nicht regnet, fahre ich nach Hause oder besuche den Palmengarten.
- (d) Ich kam, sah und siegte.
- (e) Jeder Studierende ist einer Übungsgruppe zugeordnet.

**Aufgabe 2.2 (Aussagen in Formelschreibweise)[4 Punkte]**

Übertragen Sie die folgenden Aussagen in Formelschreibweise und negieren Sie sie anschließend.

- (a) Zu jeder natürlichen Zahl  $n$  gibt es eine Primzahl  $p$ , sodass  $p$  kleiner ist als  $n$ .
- (b) Jede natürliche Zahl  $n$  besitzt einen ungeraden Teiler oder es gibt eine weitere natürliche Zahl  $k$ , sodass  $n = 2k$  gilt.
- (c) Wenn für 3 natürliche Zahlen  $a, b, c$  gilt, dass  $a$  durch  $b$  und  $b$  durch  $c$  geteilt werden kann, dann kann auch  $a$  durch  $c$  geteilt werden.

**Aufgabe 2.3 (Funktionen I)[4 Punkte]**

Prüfen Sie die folgenden Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität. Bitte geben Sie nur die Ergebnisse an.

- (a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x$ .
- (b)  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x}$ .
- (c)  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto \sqrt{x}$ .
- (d)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto x^2$ .
- (e)  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto x^2$ .

Hierbei ist  $\mathbb{R}_+ := \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ .

**Aufgabe 2.4 (Funktionen II)[4 Punkte]**

$A$  sei eine Menge. Zeigen Sie, dass es keine Abbildung  $f : A \rightarrow \mathcal{P}(A)$  gibt, die surjektiv ist und geben Sie eine möglichst einfache Funktion  $g : A \rightarrow \mathcal{P}(A)$  an, die injektiv ist. Gehen Sie hierbei davon aus, dass

- (a)  $A$  endlich ist.
- (b)  $A$  nicht endlich ist.

**Aufgabe 2.5 (Gruppentheorie)[4 Punkte]**

- (a) Zeigen Sie, dass es sich bei  $(\mathbb{N}, +)$ ,  $(\mathbb{Z}, +)$ ,  $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ ,  $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$  um Halbgruppen handelt.
- (b) Welche der Halbgruppen aus Aufgabenteil (a) sind Gruppen? Begründen Sie Ihre Antwort.

<sup>1</sup>Die Abgabe erfolgt via OLAT. Bitte laden Sie Ihre Ergebnisse in einer einzigen PDF-Datei hoch, die Sie wie folgt benennen: LinadiGruppennummerBlattnummer\_Nachname.pdf.