J.W. Goethe Universität
R. Neininger

WS 2022/23
Blatt 2

Übungen zu Stochastische Analyse von Algorithmen

Aufgabe 5. Seien $x_1, \dots, x_n \in [0,1]^3$. Geben Sie eine Heuristik an, die die Schranke

$$\mathsf{tsp}(x_1, \dots, x_n) \le Cn^{2/3} + Dn^{1/3} + E$$

liefert mit reellen Konstanten C, D und E. Verallgemeinern Sie dazu die Heuristik, die für Dimension 2 das Quadrat in Streifen zerlegt. Geben Sie explizite Werte für C, D und E an.

Aufgabe 6. Seien N_i für $i = 1, \dots, n/t_n$ wie in der Analyse der Laufzeit von Karps Heuristik für das *traveling salesman* Problem binomial $B(n, t_n/n)$ verteilt. Berechnen Sie

$$\mathbb{E} \sum_{i=1}^{n/t_n} N_i^2 2^{N_i}$$

exakt, und vergleichen Sie mit den Schranken aus der Vorlesung.

Hinweis: N_i ist Summe von unabhängigen Bernoulli verteilten Zufallsvariablen.

Aufgabe 7. Geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsdichte f auf $\mathbb{R}^2$ an, so dass für $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und identisch mit Dichte f verteilt gilt:

$$\frac{\mathrm{tsp}(X_1, \dots, X_n)}{n!} \xrightarrow{\mathbb{P}} \infty \quad (n \to \infty).$$

Aufgabe 8. Zeigen Sie, dass für die Anzahl M der von der MATCH-Heuristik benötigten Kästen zum Packen von unabhängigen Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n$ in $[0,1]$ für alle $t > 0$ gilt

$$\mathbb{P}(|M - \mathbb{E}\, M| > t) \le 2 \exp\left(-\frac{2t^2}{n}\right).$$

Hinweis: Verwenden Sie die Ungleichung von McDiarmid.

Abgabe am Montag, den 21. November, vor der Vorlesung.