

## **Kapitel 1**

### **Kapitel 1 Ziele und Inhalte des Geometrieunterrichts in der Sekundarstufe**

---

#### **1.1. Ziele des Geometrieunterrichts**

#### **1.2. Historischer Überblick**

##### **1.2.1. Anfänge der Geometrie**

##### **1.2.2. Bedeutende Wissenschaftler der Antike und deren Entdeckungen**

---

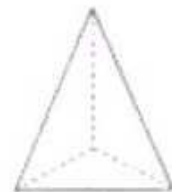
## Kapitel 1

### 1.1. Ziele des Geometrieunterrichts

"Warum unterrichten wir an einer allgemein bildenden Schule (Hauptschule, Realschule, Gymnasium) eigentlich Geometrie?" Diese Frage fordert dazu auf, die Ziele des Geometrieunterrichts darzulegen. Diese Ziele sollen Leitlinien sein, an denen sich der Unterricht orientieren kann.



- ❖ Geometrieunterricht dient der unmittelbaren **Lebensvorbereitung**. Geometriekenntnisse sind im Alltag hilfreich, so beim Benennen von Figuren und Körpern sowie beim Formulieren ihrer Eigenschaften, beim Lesen von Landkarten, bei praktischen Tätigkeiten (Tapezieren, Fliesen legen, Holzbau, ...).
- ❖ Geometrieunterricht dient der **Vorbereitung zahlreicher Berufe** (insbesondere handwerklich-technischer) und weiterführender Schulen oder Studiengänge.
- ❖ Geometrieunterricht hilft, **die Umwelt besser zu verstehen** bzw. mit anderen Augen zu sehen: Form von Verpackungen, Netz eines Fußballs, Parkettierungen, Ornamente, Konstruktion von Brücken, Bienenwaben, Kristalle, Schneckenhaus, ...).
- ❖ Die Geometrie ist eine **wesentliche Grundlage anderer Wissenschaften** oder hat Bezüge zu ihnen (insbesondere: Geographie, Kristallographie, Physik, Astronomie, Biologie). Man denke auch an die Künste (Bildhauerei, Malerei, Architektur). Zahlreiche Aspekte dieser Wissenschaften und Künste erschließen sich nur auf der Grundlage geometrischer Kenntnisse.



- ❖ Die Geometrie ist ein **altes Kulturgut**. Seit der Antike wird in sämtlichen Kulturkreisen Geometrie betrieben. Die im Laufe von Jahrtausenden entwickelte Wissenschaft der Geometrie hat ihre Wurzeln in praktischen Problemen (Erd- und Himmelsvermessung). Sie bildete aber auch den Vorreiter für eine streng deduktiv aufgebaute, axiomatisch formulierte Mathematik, wodurch sie den Charakter einer um ihrer selbst Willen betriebene Wissenschaft erhält. Ferner hat die Geometrie häufig auch eine ästhetische Komponente.



## Kapitel 1

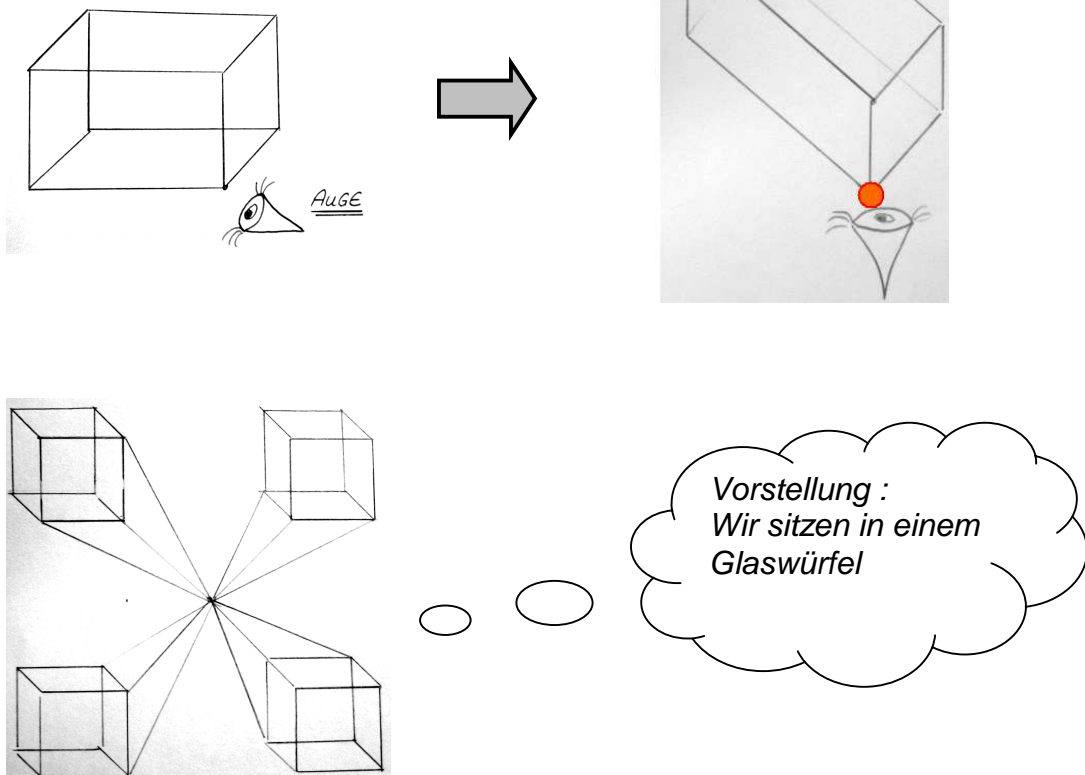
- ❖ Geometrieunterricht kann das **Erreichen allgemeiner Lernziele** fördern: den Erwerb psychomotorischer und zeichnerischer Fähigkeiten, die Förderung der Raumschauung, die Fähigkeit des Argumentierens und begrifflichen Denkens, das Entwickeln von Problemlösefähigkeiten auch über die Mathematik hinaus, sowie die Entfaltung von Kreativität.

### Beispiel:

Beobachtungspunkt rechts unten!

Siehe Abb.1.1.1

Abb.1.1.1



## 1.2. Historischer Überblick

### **1.2.1. Anfänge der Geometrie**

Schon lange bevor er Mensch die Schrift entwickelte, dürfte er geometrische Strukturen wahrgenommen, und auch systematisch verwendet haben. Geometrisch gestaltete Ornamente auf Tongefäßen u. ä. sind für die Zeit 40.000 v. Chr. nachweisbar. Wanderungen von Kulturen konnten sogar dadurch nachgewiesen werden.

## Kapitel 1

Geometrie ist als Beschäftigung mit regelmäßigen Mustern, Figuren und Körpern neben dem Zählen eine der ersten Begegnungen von Menschen mit dem Aufbruch der Wissenschaft Mathematik.

Einige Beispiele hierfür:

In Großbritannien Stonehenge 2300 v Chr.

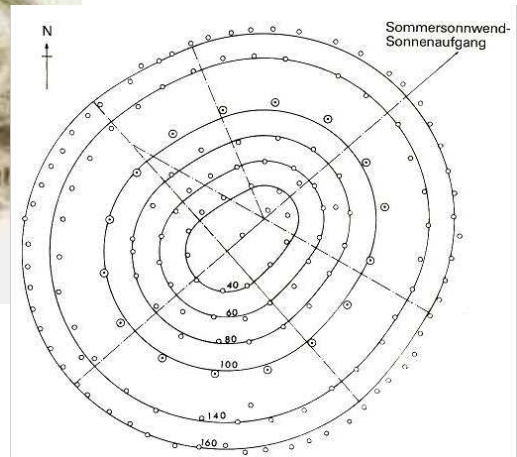
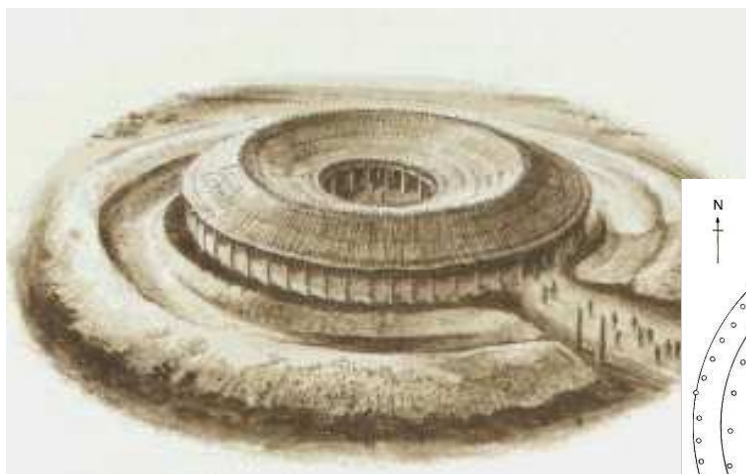
### heutiges Aussehen



### Rekonstruktion



Woodhenge 1800 v Chr.



### Pythagoreische Dreiecke

12, 35, 37  
 $(37^2 = 35^2 + 12^2)$

- Alte Stromtalkingulturen im Nahen Osten
- 3000-2000 v. Chr. Stadtkulturen im Indus (heutiges Pakistan)
- 2700-2150v. Chr. Altes Reich in Ägypten Bau der Pyramiden
- Hethiter, Kassiten, Assyrer herrschen in Mesopotamien mathematische Keilschrifttexte

## Kapitel 1

### 1.2.2. Bedeutende Wissenschaftler der Antike und deren Entdeckungen :

#### a) Herodot (484-425 v.Chr.) und Eratosthenes (276-195 v. Chr.)

Der **griechische Geschichtsschreiber Herodot** (484-425 v.Chr.) hat das Entstehen der (ägyptischen) Geometrie mit den Nilüberschwemmungen in Zusammenhang gebracht. Die Geometrie, die neue Vermessung der fruchtbaren Erde, war nötig um die Felder wieder gerecht zu verteilen. Dies wird zwar von manchen Ägyptologen als Legende angesehen, doch scheint ein wiederkehrendes Naturereignis die Entstehung der Geometrie hervorgerufen zu haben (Alten, 2003, S.9).

Geometrie war damals ohne Zweifel die Kunst der Erdvermessung und rein praktischer Natur. Mit der ägyptischen Geometrie vor mehr als 4000 Jahren war kein Erkenntnisgewinn im wissenschaftlichen Sinne verbunden. Mit den Kenntnissen der Geometrie sind praktische Probleme der Bauern, Landvermesser und Architekten gelöst worden. Es wurden die Flächeninhalte für Dreiecke, Rechtecke und Trapeze nach den richtigen Formeln berechnet. Auch Rauminhalte (z.B. eines Pyramidenstumpfes) konnten bestimmt werden. (Kaiser, Nöbauer, 2002, S.13)

#### Beispielaufgabe:

#### Winkel an Geradenkreuzungen und Bestimmung des Erdumfangs

Ein Zitat von Martin Wagenschein (1961, 86f), Lehrer an der Odenwaldschule und Pädagoge:



"Wie tödlich langweilig ist es und allzu leicht zu verstehen, dass an zwei parallelen geraden Linien, die von einer dritten gekreuzt werden, Winkel sich finden lassen, die gleich groß sind ... Wie anders aber sieht diese Figur aus, wenn sie aus einer unser Denken herausfordernden Wirklichkeit herausgelesen wird, herausspringt..."

Wagenschein weist dann in diesem Zusammenhang auf die Erdumfangbestimmung von Eratosthenes (275 - 195 v. Chr) hin, welcher folgendermaßen vorging:

*Am 21. Juni scheint die Sonne in Assuan (Ägypten) senkrecht in einen tiefen Brunnenschacht. An diesem Tage wurde in Alexandria, 5000 Stadien von Assuan entfernt, der Winkel  $\alpha$  bestimmt, den die Sonnenstrahlen mit der vertikalen Richtung einschließen. Der Winkel betrug  $1/50$  des Vollwinkels. Welcher Erdumfang errechnet sich aus diesen Angaben, wenn die antike Längeneinheit 1 Stadion etwa 200 m entspricht (Was wir heute aber nicht sicher wissen!)?*

#### Die Erdvermessung von Eratosthenes

## Kapitel 1

Dass die Erde keine Scheibe ist, sondern eine Kugelgestalt haben muss, wussten die Griechen zur Zeit des Eratosthenes (geboren 276 v. Chr. im ehemaligen Cyrene heute Shahhat /Libyen, gestorben 196 v.Chr. in Alexandria/Ägypten; siehe Abb. 1.) schon lange. Allein die Größe dieser Kugel war noch eine Frage. Diese Frage löste Eratosthenes durch eine für die damalige Zeit erstaunlich genaue Messung des Erdumfangs. Leider ist seine Originalarbeit „Über die Vermessung der Erde“ verschollen, so dass man seine Ideen und Messungen aus anderen Quellen z.B. dem Buch von Cleomedes (1. Jhd. v. Chr -1, Jhd. n.Chr.)“Über die Kreisbewegungen der Himmelskörper“ rekonstruieren musste (Manche Historiker meinen, dass die Messung eine Legende ist.). Überhaupt war Eratosthenes ein großer Geometer, denn neben der Vermessung der Ekliptik, die er mit  $23^{\circ}51'15''$  angab, bestimmte er auch noch die Entfernung Erde -Sonne und Erde - Mond. Aber kommen wir wieder zur Erdmessung zurück. Eratosthenes maß am Tag des Sonnenhöchststandes zur Mittagszeit mit Hilfe eines Obelisken, den er selbst aber zu einem anderen Zweck aufstellte, den Winkel, unter dem die Sonne in Alexandria einen Schatten warf. Zum gleichen Ortszeitpunkt (Ein bisschen früher also als in Alexandria) spiegelte sich die Sonne in Syene (heutiges Assuan) in einem tiefen Brunnen. Die Sonne stand also über Syene im Zenit. Eratosthenes nahm an, dass die Sonne so weit weg war, dass er voraussetzen durfte, dass die Sonnenstrahlen praktisch parallel auf die Erde fielen. Es ergab sich also folgendes Bild (Abbildung 2) für ihn.



Abb. 1: Landkarte von Ägypten

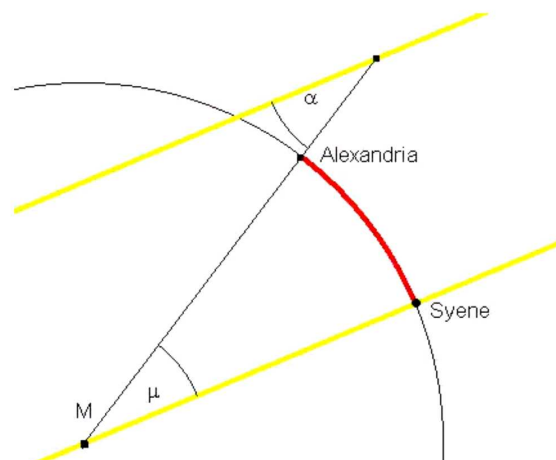


Abb.2: Das Prinzip der parallelen Lichtstrahlen von Eratosthenes

Der gemessene Winkel  $\alpha$  in Alexandria stimmt mit dem Mittelpunktwinkel  $\mu$ , den Syene, der Erdmittelpunkt und Alexandria einschließen überein. Bei Kenntnis der Entfernung zwischen Alexandria und Syene (Großkreisbogen  $b_{AS}$ ) kann man den

Erdumfang berechnen. Es gilt:  $U_{Erde} = \frac{360^{\circ}}{\alpha} \cdot b_{AS}$ . Eratosthenes erhielt so 250000

Stadien. Die Experten (z.B. Gulbekian, 1987) streiten sich darüber, wie groß nun ein Stadium wirklich war. Die Werte liegen zwischen 157,2m und 166,2 m. Eratosthenes erhielt also Werte für den Erdumfang zwischen 39300km und 41675 km.

## Kapitel 1

Das Lösen solcher Aufgaben hat als Ziel:

- das Phänomen Sonne, Erde als Attraktion zu erkennen
- Parallelen zu erkennen ; **Parallelität**
- Anwendung von Stufenwinkel, Wechselwinkel,....
- Idealismus
- Förderung der Raumvorstellung

### b) Thales von Milet (um 600 v. Chr.)

Erst **der Grieche Thales von Milet** (um 600 v. Chr.) war es, der nach Ursachen von Phänomenen fragte. Er wollte Wissen um des Wissens willen und machte aus der Geometrie eine Wissenschaft indem er nur die geometrischen Kenntnisse und Sätze bewies. Thales war der erste, der bewies, dass der Kreis durch seinen Durchmesser halbiert wird. **Euklid** schrieb dann das geometrische Wissen in seinen Elementen nieder, wo er nach dem Schema Definition, Satz, Beweis vorging. Die Geometrie war nun eine deduktive Wissenschaft geworden und weit von ihrem ursprünglichen Vermessungsaspekt entfernt.

Man darf aber annehmen dass die ägyptischen Vorarbeiten in Sachen Messkunst die Geometrie als Wissenschaft beeinflusst hat. Praktische Notwendigkeiten führen auch meist zu theoretischen Überlegungen, wenn man der Sache auf den Grund gehen will. Umgekehrt weiß man aber auch, dass die theoretischen Mathematikkennnisse in die Formeln der Agrimensoren (Berufsstand in der Antike der sich gegen Ende des 1. Jhds n. Chr. herausgebildet hat) beeinflussten und dann zu Verbesserungen in der Genauigkeit führten.

Als Beispiel hierfür führen **Scriba** und **Schreiber** (Scriba und Schreiber, 2001, S. 90) die Flächeninhaltsformel für das Kreissegment mit der Sehne  $s$  und dem „Pfeil“  $p$  an (siehe Abbildung 1).

$$F = \frac{s+p}{2} \cdot p + \frac{\left(\frac{s}{2}\right)^2}{14}$$

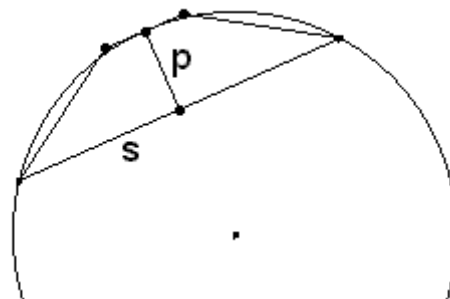


Abb.1: Näherung des Flächeninhaltes eines Kreissegmentes