

LEHRPLAN

MATHEMATIK

Gymnasialer Bildungsgang

Jahrgangsstufen 5G bis 9G und gymnasiale Oberstufe

HESSEN



Hessisches Kultusministerium
2010

Inhaltsverzeichnis		Seite
Teil A	Grundlegung für das Unterrichtsfach Mathematik in den Jahrgangsstufen 5G bis 9G und in der gymnasialen Oberstufe	
1	Aufgaben und Ziele des Faches	2
2	Didaktisch-methodische Grundlagen	3
3	Umgang mit dem Lehrplan	5
Teil B	Unterrichtspraktischer Teil	
	Der Unterricht in der Sekundarstufe I	9
	Übersicht der verbindlichen Themen	9
1	Die verbindlichen und fakultativen Unterrichtsinhalte der Jahrgangsstufen 5G bis 9G	10
1.1	Die Jahrgangsstufe 5G	10
1.2	Die Jahrgangsstufe 6G	15
1.3	Die Jahrgangsstufe 7G	19
1.4	Die Jahrgangsstufe 8G	26
1.5	Die Jahrgangsstufe 9G	32
2	Anschlussprofil von Jahrgangsstufe 9G in die gymnasiale Oberstufe	37
	Der Unterricht in der Sekundarstufe II	40
3	Struktur des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe	40
4	Verbindliche Vorgaben	40
5	Die Sachgebiete und ihre Abfolge in der Einführungsphase und der Qualifikationsphase	41
5.1	Die Einführungsphase (E1 und E2)	41
5.2	Die Qualifikationsphase (Q1 bis Q4)	45
5.2.1	Q1	45
	Q1 GK	47
	Q1 LK	48
5.2.2	Q2	49
	Q2 GK	51
	Q2 LK	52
5.2.3	Q3	53
	Q3 GK	55
	Q3 LK	56
5.2.4	Q4	57
6	Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase	59

Teil A

Grundlegung für das Unterrichtsfach Mathematik in den Jahrgangsstufen 5G bis 9G und in der gymnasialen Oberstufe

1 Aufgaben und Ziele des Faches

Das Unterrichtsfach Mathematik im gymnasialen Bildungsgang leistet seinen Beitrag zur Allgemeinbildung und zur Studierfähigkeit. Es bereitet gleichermaßen auf den Eintritt in das Berufs- und Arbeitsleben vor. Die Aneignung eines qualifizierten fachlichen Wissens und Könnens und die Vorbereitung auf die Berufs- und Arbeitswelt wird durch wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und die Einbeziehung geeigneter Informationen und Materialien in der gymnasialen Oberstufe erreicht.

Für die Entwicklung und Festigung der erforderlichen mathematischen Qualifikationen der Schülerinnen und Schüler ist der sichere Umgang mit mathematischer Sprache und mathematischen Modellen von herausgehobener Bedeutung. Angestrebt wird die Fähigkeit, Themen, die einer Mathematisierung zugänglich sind und in denen Problemlösungen einer Mathematisierung bedürfen, mit Hilfe geeigneter Modelle aus unterschiedlichen mathematischen Gebieten zu erschließen und verständlich zu beschreiben sowie die Probleme mit entsprechenden Verfahren und logischen Ableitungen zu lösen. Der Erwerb dieser Kompetenzen ist nur dann hinreichend sichergestellt, wenn grundsätzlich alle dafür geeigneten Fächer diese Aufgabe wahrnehmen.

Der Mathematikunterricht verfolgt drei Aspekte von Mathematik, die gleichgewichtig nebeneinander stehen:

Mathematik als Hilfe zum Verstehen der Umwelt

Der Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang

- dient der Erarbeitung eines zukunftsorientierten, aufeinander aufbauenden, strukturierten Wissens,
- leitet an zu exaktem Denken und rationalen und objektiven Betrachtungsweisen,
- stellt Verbindungen zwischen einzelnen mathematischen Fachgebieten her und fördert die Zusammenarbeit mit anderen Fächern,
- zeigt die Anwendungsrelevanz mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien auf, indem Sachprobleme strukturiert, wesentliche Aspekte in mathematischen Modellen dargestellt, Lösungswege gesucht und Lösungen interpretiert werden; das befähigt umgekehrt, mathematische Sätze und Theorien in unterschiedlichen Kontexten anzuwenden,
- fördert die kritische Beurteilung (Bewertung) mathemathikhaltiger Aussagen,
- greift aktuelle Fragestellungen, neue Sichtweisen, moderne Arbeitsmethoden auf und schließt den Einsatz moderner schulrelevanter elektronischer Werkzeuge, z. B. Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Informationsmedien ein,
- bemüht sich um eine aktive Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den mathematischen Gegenständen, vermeidet eine mechanische Informationsaufnahme und stellt das systematische, inhaltsbezogene, zielorientierte Lernen in den Vordergrund.

Mathematik als Geistesschulung

Der Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang

- fördert den Erwerb flexibel nutzbarer Fähigkeiten und Kenntnisse,
- leistet einen Beitrag zur Aneignung und Nutzung von Lernkompetenzen,
- vermittelt kognitive Strategien und intellektuelle Techniken,
- fördert Originalität und Produktivität durch ungewöhnliche Fragestellungen und unterschiedliche Denkansätze und das Denken in übergreifenden Strukturen,
- gewährleistet einen sicheren Umgang mit der Fachsprache, der mathematischen Terminologie und mit mathematischen Modellen, die aus unterschiedlichen Fachgebieten erschlossen werden,
- ist so gestaltet, dass sich lehrergesteuerte und von den Schülerinnen und Schülern gesteuerte Phasen gegenseitig ergänzen. Dabei wird ein solider, fundierter Wissenserwerb sichergestellt und auch die große Bedeutung der Kooperations- und Kommunikationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler hervorgehoben.

Mathematik als deduktives Gedankengebäude

Der Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang

- weckt Faszination für ästhetische Qualitäten wie logische Stringenz, Ordnung, Symmetrie,

- ist problemorientiert und betont den prozessualen Charakter der Mathematik,
- nimmt die Aufgabe wahr, das Argumentieren und Deduzieren sowie logisches Schließen zu üben, über die Qualität verschiedener Lösungsansätze, Lösungsstrategien oder Lösungen zu reflektieren und diese in ihrer Bedeutung einzuordnen,
- bezieht die historische Entwicklung mathematischer Begriffe, Sätze und Theorien mit ein, um z. B. Entwicklungen, veränderte Auffassungen und Darstellungen innerhalb der Mathematik zu verdeutlichen.

2 Didaktisch-methodische Grundlagen

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik im gymnasialen Bildungsgang sind die in der Grundschule erworbenen Fähigkeiten und Kenntnisse.

Der Unterricht soll

- die innere Beteiligung und das Interesse der Schülerinnen und Schüler am Fach wecken und ihre Einstellung zur Mathematik positiv beeinflussen,
- den Schülerinnen und Schülern Freude am Lernen und im Umgang mit der Mathematik vermitteln,
- die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler und ihre aktive Auseinandersetzung mit den Inhalten sowie ihre Kreativität und Selbstständigkeit fördern und stärken,
- die Schülerinnen und Schüler zur realistischen Einschätzung der eigenen Kompetenzen und Möglichkeiten befähigen,
- durch geeignete Unterrichtsmaterialien und -methoden Neugier und Interesse der Schülerinnen und Schüler wecken und Wissenserwerb sichern,
- typische Arbeitsweisen des Faches gezielt darstellen und den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit geben, diese Arbeitsweisen in verschiedenen Situationen zu erproben,
- Bedeutung und Nutzen der Mathematik auch für andere Wissensgebiete deutlich machen,
- komplexe Fragen und Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Lösungsansätzen zulassen,
- Diskussion und Würdigung unterschiedlicher Lösungen und das Lernen aus Fehlern sowie individuelle Unterstützung und Förderung von Schülerinnen und Schülern ermöglichen,
- den Sinn mathematischer Begriffe, Sätze, Theorien und Verfahren herausarbeiten und den Schülerinnen und Schülern dadurch die Orientierung im Lernprozess erleichtern.

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- konstruktive Arbeitshaltungen erwerben und einbringen und
- lernen,
 - eigenständig und im Rahmen kooperativer Arbeitsformen Lösungsansätze zu suchen und Lösungswege zu entwickeln,
 - Lösungswege und Entscheidungen zu reflektieren,
 - ausdauernd, konzentriert und verlässlich zu arbeiten,
 - sich Anforderungen zu stellen, Schwierigkeiten nicht aus dem Wege zu gehen,
 - ihr Verhalten im Unterrichtsprozess und in der Lerngruppe zu überdenken.

Der Unterricht soll so gestaltet werden, dass bei allen Schülerinnen und Schülern ein geordnetes Raster mathematischer Begriffe, Fakten und Verfahren entsteht.

Dieses Raster wird aufgebaut durch

- inhaltliche Vorstellungen,
- die systematische Erarbeitung von Fakten, mathematischen Sätzen und Beweisen,
- intelligentes Üben und Wiederholen,
- Verknüpfung des Wissens,
- die Verdeutlichung mathematischer Strukturen.

Sekundarstufe II

Dieser Lehrplan bedingt eine Unterrichtsgestaltung, der folgenden Prinzipien Rechnung trägt:

- Wissenschaftspropädeutische Orientierung
- Studien- und Berufsorientierung
- Gegenwarts- und Zukunftsorientierung
- Schüler- und Handlungsorientierung

- Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lehren und Lernen

Im Zentrum des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe stehen die drei Sachgebiete

- **Analysis**
- **Lineare Algebra/Analytische Geometrie**
- **Stochastik**

Diese drei Sachgebiete sind wesentlich, da sie Schülerinnen und Schüler mit fundamentalen mathematischen Ideen bekannt machen. Hierzu zählen insbesondere infinitesimale, algebraische, geometrische und stochastische Begriffsbildungen und Methoden.

- Allgemeine Methoden der Mathematik lassen sich in allen drei Sachgebieten an relevanten Beispielen demonstrieren.
- In Fachwissenschaft und Fachdidaktik sowie in Industrie, Wirtschaft und Verwaltung wird die grundlegende Bedeutung dieser drei Sachgebiete weitgehend gleich beurteilt, so dass sie auch verbindliche Gegenstände der Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung gemäß Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 1.12.1989 geworden sind. Dieser Konsens dient der Sicherung einer mathematischen Grundbildung mit inhaltlichen Mindestfestlegungen, die mit diesem Lehrplan in hessisches Landesrecht umgesetzt werden.
- Kenntnisse in diesen drei Sachgebieten sind auch in anderen Unterrichtsfächern der gymnasialen Oberstufe notwendig, ermöglichen fachübergreifendes und fächerverbindendes Lehren und Lernen und sind außerdem die Grundlage für weiterführende Studien.
- In den drei Sachgebieten und in den Kursthemen in Q4 ermöglicht mathematisches Modellieren die Fokussierung auf Themen, die in einem engen sachlichen Zusammenhang mit der von den Schülerinnen und Schülern täglich erlebten Umwelt und auch mit anderen Unterrichtsfächern stehen. Hiermit werden neue inhaltliche Akzente im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht gesetzt. Durch das mathematische Modellieren erfahren die Schülerinnen und Schüler Mathematik als Werkzeug. Der Prozess des Problemlösens rückt in den Vordergrund.

Bei der Reihenfolge der Unterrichtsthemen ist auf mögliche Verbindungen zu anderen Fächern zu achten.

Grund- und Leistungskurse

Grund- und Leistungskurse haben bei der Vermittlung der allgemeinen Studierfähigkeit die gemeinsame Aufgabe der wissenschaftspropädeutischen Bildung, der Vermittlung fachspezifischer Lernziele und -inhalte, der fachübergreifenden und fächerverbindenden Strukturierung wissenschaftlicher Erkenntnisse und der Erziehung.

Grundsätzlich gelten die didaktischen Grundsätze und Arbeitsweisen sowohl für die Leistungs- als auch für die Grundkurse. Bei den Schülerinnen und Schülern, die Mathematik als Leistungsfach gewählt haben, kann in der Regel sachbezogene Motivation vorausgesetzt werden. In Grundkursen, in denen die Zusammensetzung oft heterogen ist, muss der Unterricht stärker darauf angelegt sein, eine solche Motivation zu erzeugen und damit die Einstellung der Schülerinnen und Schüler zum Mathematikunterricht günstig zu beeinflussen und zu fördern.

Grundkurse vermitteln grundlegende wissenschaftspropädeutische Kenntnisse und Einsichten in Stoffgebiete und Methoden. Sie sollen

- in grundlegende Sachverhalte, Problemkomplexe und Strukturen eines Faches einführen,
- wesentliche Arbeitsmethoden des Faches vermitteln, bewusst und erfahrbar machen,
- Zusammenhänge im Fach und über dessen Grenzen hinaus in exemplarischer Form erkennbar werden lassen.

In den Grundkursen werden grundlegende Sachverhalte, Problemkomplexe und Strukturen des Faches behandelt, eine vollständige Systematik und ein lückenloser Aufbau eines Sachgebietes werden nicht durchgängig angestrebt.

Auch mit einem begrenzten Instrumentarium müssen die Schülerinnen und Schüler befähigt werden, Transferleistungen zu erbringen, selbstständig Probleme zu lösen und Mathematik, insbesondere auch bei außermathematischen Problemstellungen, anzuwenden.

Leistungskurse vermitteln exemplarisch vertieftes wissenschaftspropädeutisches Verständnis und erweiterte Kenntnisse. Sie sind gerichtet auf eine

- systematische Beschäftigung mit wesentlichen, die Komplexität und den Aspektreichtum des Faches verdeutlichenden Inhalten, Theorien und Modellen,
- vertiefte Beherrschung der fachlichen Arbeitsmittel und Arbeitsmethoden, ihre selbstständige Anwendung, Übertragung und Reflexion,
- eine reflektierte Standortbestimmung des Faches im Rahmen einer breit angelegten Allgemeinbildung und im fachübergreifenden Zusammenhang.

In den Leistungskursen soll das geordnete Raster mathematischer Begriffe, Fakten und Verfahren umfangreicher sein. Damit erhalten die Schülerinnen und Schüler einen vertieften Einblick in die Komplexität und den Aspektreichtum der Sachgebiete. Durch deren systematische Erschließung und die maßgebliche Beherrschung der Definitionen, Begriffsbildungen, Ergebnisse, Sätze und Verfahren erhalten sie einerseits Einblick in die Mathematik als Wissenschaft, lernen aber auch Mathematik in anderen Fächern oder Fachgebieten anzuwenden.

Die Unterschiede zwischen Leistungs- und Grundkursen wirken sich im Einzelnen auch bei den verschiedenen thematischen Kernbereichen und Stichworten aus, die Bestandteile der Kursbeschreibungen sind.

3 Umgang mit dem Lehrplan

Der Lehrplan Mathematik für die Jahrgangsstufen 5G bis 9G und die gymnasiale Oberstufe des gymnasialen Bildungsgangs bietet Freiräume für pädagogische Kreativität der Fachlehrerinnen und Fachlehrer, Mitsprachemöglichkeiten für die Schülerinnen und Schüler und Gestaltungsmöglichkeiten für die Fachkonferenzen.

Verpflichtend zu unterrichten sind nur die verbindlichen Unterrichtsinhalte, die allein zum Erreichen des Anschlussprofils notwendig sind. Die genannten fakultativen Inhalte verstehen sich als Vorschläge zur Ergänzung und Erweiterung.

Um den unterschiedlichen Voraussetzungen, Erwartungen und Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, erstellt die Fachkonferenz unter Berücksichtigung der besonderen örtlichen Gegebenheiten auf der Grundlage dieses Lehrplans ein Schulcurriculum. Das Schulcurriculum Mathematik leistet somit einen wesentlichen Beitrag, das Profil der Schule zu schärfen.

Bei der didaktisch-methodischen Ausgestaltung des Schulcurriculums soll die erforderliche Kompensationsarbeit und die notwendige Differenzierung berücksichtigt werden. Die Unterrichtsinhalte, insbesondere der Jahrgangsstufe 5G, eignen sich gut, Konzepte zu entwickeln, um Defizite auszugleichen, Wissensstrukturen in neuem Kontext zu verankern und durch intelligentes Wiederholen und Üben zu festigen.

Die Unterrichtsinhalte in den Jahrgangsstufen 5G bis 9G werden den Sachgebieten Geometrie, Zahlbereiche, Größen, Algebra/Funktionen und Stochastik zugeordnet. Der Lehrplan Mathematik für den gymnasialen Bildungsgang ist so konzipiert, dass einmal eingeführte thematische Kernbereiche, Begriffe oder mathematische Aussagen in den darauf folgenden Schuljahren wieder aufgegriffen und erweitert oder vertieft werden. Das so vertikal vernetzte Gebäude von Vorstellungen mathematischer Begriffe und Sachverhalte, Definitionen und Lehrsätzen ist stets eingebunden in Anwendungszusammenhänge und bietet Gelegenheit, Unterrichtsmethoden zu verwenden, die Schülerinnen und Schüler zu selbstständigem, eigenverantwortlichem Handeln anleiten.

In jeder Jahrgangsstufe bieten sich vielfältige Gelegenheiten, die Unterrichtsinhalte miteinander zu verzahnen und Verbindungen zwischen den einzelnen Sachgebieten herzustellen.

Die Notwendigkeit, den Schülerinnen und Schülern Orientierungshilfen für die Berufs- und Studienwahl zu geben, ist schulcurricular zu berücksichtigen. Sie erfordert die Zusammenarbeit mit Organisationen der Wirtschaft und Verwaltung, mit Unternehmen, mit den Fachbereichen der Hochschulen, den zuständigen Arbeitsämtern und Studienberatungen. Hierdurch wird in besonderer Weise ermög-

licht, den Schülerinnen und Schülern die Bedeutung der zu erwerbenden Grundkompetenzen im Fach Mathematik nach dem Abschluss ihrer schulischen Laufbahn für ihren weiteren beruflichen oder studienorientierten Werdegang sichtbar zu machen. Die Konzepte hierzu sind an den Schulen zu erarbeiten.

Ein weiteres tragendes Prinzip dieses Lehrplanes ist es, die Voraussetzungen für einen Mathematikunterricht im gymnasialen Bildungsgang zu schaffen, der auch fachübergreifende und fächerverbindende Arbeit sowie das Modellbilden als wichtige Ziele in den Vordergrund stellt.

In inhaltlicher Abstimmung mit den Fachkonferenzen der in Frage kommenden Bezugsfächer, setzt die Fachkonferenz Mathematik die Rahmenbedingungen für diese Arbeit, die unter Berücksichtigung der Situation der Lerngruppe von den Fachlehrerinnen und Fachlehrern initiiert und gesteuert wird. Dies geschieht auch in Form von Projekten und unter Einbeziehung außerschulischer Lernorte. Der Lehrplan bietet vielfältige Möglichkeiten der Vernetzung mit anderen Unterrichtsfächern. Einige davon sind exemplarisch jeweils in den didaktisch-methodischen Überlegungen zu den einzelnen Jahrgängen oder explizit bei den Unterrichtsinhalten genannt.

Verbindungen zum Fach Informatik sind bei den fachübergreifenden Anregungen nicht einzeln genannt, bieten sich aber überall dort an, wo Unterrichtseinsatz der neuen Medien (Computerprogramme, Computer-Algebra-Systeme, Internet usw.) angezeigt ist.

Besonders im Kurshalbjahr Q4, in dem bewusst Verbindungen zwischen den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik hergestellt werden sollen, bieten sich viele Möglichkeiten, außermathematische Problemstellungen durch mathematische Modelle zu erfassen, darin zu bearbeiten, gegebenenfalls das Modell anzupassen, die sich ergebenden Konsequenzen zu interpretieren und schließlich die Grenzen des Modells zu reflektieren. Hier bietet sich der Einsatz von Rechnern besonders an.

Hinweise zu den Arbeitsmethoden werden dort gegeben, wo es darum geht, die Schülerinnen und Schüler zur Entwicklung von Methodenkompetenz mit wichtigen fachübergreifenden Arbeitsweisen vertraut zu machen. Dazu gehören z. B. die Behandlung komplexer und ergebnisoffen angelegter Problemstellungen, entdeckendes und experimentelles Arbeiten im Zusammenhang heuristischer Techniken, die gezielte Beschaffung von Informationen und die Präsentation von Wissen mit Hilfe neuer Medien, die Aufarbeitung, Darstellung und Bewertung von Daten sowie die Analyse mathematisch gewonnener Aussagen und Daten und schließlich die Erarbeitung typischer Methoden elementarer mathematischer Modellbildung.

Der Einsatz elektronischer Werkzeuge und Medien ist im Unterricht durchzuführen. Sie sollen eingesetzt werden

- zur Veranschaulichung und Darstellung mathematischer Zusammenhänge,
- zur Bewältigung erhöhten Kalkülaufwandes,
- zur Unterstützung entdeckenden und experimentellen Arbeitens,
- zum algorithmischen Arbeiten,
- zur Informationsbeschaffung im Internet sowie
- zur Aufbereitung und Präsentation von mathematischem Wissen.

Zu den verbindlichen Inhalten des Mathematikunterrichts gehört der Einsatz der Tabellenkalkulation ab der Jahrgangsstufe 7G. Beginnend in der Jahrgangsstufe 7G ist an geeigneten Themenbereichen der Einsatz technisch-wissenschaftlicher Taschenrechner (TR) gefordert; das bedeutet nicht, dass der TR überall eingesetzt werden muss. Die sorgfältige Einführung in die Benutzung des TR und die Einführung in die Tabellenkalkulation ist im Fachunterricht zu leisten. Zur Programmierung von Algorithmen können bei Bedarf programmierbare TR sowie einfache Programmiersprachen eingesetzt werden. Die Entscheidung über die Arbeit mit weiteren speziellen mathematischen Werkzeugen wie z. B. grafikfähigen Taschenrechnern oder Computer-Algebra-Systemen (CAS) bleibt den Lehrkräften überlassen.

In einem Schulcurriculum sind die notwendigen Absprachen und Abstimmungen mit den Fachkonferenzen der anderen Fächer so zu treffen, dass Verzahnungen und fachübergreifende Bezüge hergestellt sind. Die allgemeinen Ausführungen zur Nutzung des PC und des Internet sind zu beachten.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden im Anschlussprofil von der Jahrgangsstufe 9G in die gymnasiale Oberstufe nur die mathematischen Begriffe und Unterrichtsinhalte genannt, die unbedingt notwendig sind, um erfolgreich im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II mitarbeiten zu können. Ausdrücklich wird darauf hingewiesen, dass ihre Relevanz nur in Zusammenhängen oder Anwendungen sichtbar werden kann.

	Geometrie	Zahlbereiche	Größen	Algebra / Funktionen	Stochastik
5 G	Geometrische Grundformen und geometrische Grundbegriffe Winkel, Winkelmessung, Flächen und Flächeninhalte Oberflächeninhalt und Volumen von aus Quadern und Würfeln zusammengesetzten Körpern	Darstellungen von und Rechnen mit natürlichen Zahlen, Einfache Gleichungen, Teilbarkeit, Teiler, Vielfache, Primzahlen	Sachrechnen mit Währungen, Längen, Flächeninhalten, Volumina, Zeitspannen, Gewichten		Häufigkeiten
6 G	Achsen Spiegelung, Verschiebung und Drehung, Achsen-, Dreh- und Punktsymmetrie, Konstruieren von Dreiecken, Flächeninhalt, Umfang, Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Wechselwinkel, Winkelsumme in Dreiecken und Vierecken, Kongruente Figuren	Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen und Dezimalbrüchen, Einfache Gleichungen	Prozentrechnung		Absolute und relative Häufigkeiten, Vergleich von Chancen, Mittelwerte Wahrscheinlichkeit, Ereignisse bei ein- und mehrstufigen Zufallsversuchen, Summenregel, Pfadregel
7 G	Konstruktion von Dreiecken, und Vierecken, Kreis und Geraden, Thalesatz, Umfang und Flächeninhalt beim Kreis	Rechnen mit rationalen Zahlen, Vergleich der Zahlbereiche, Einfache Gleichungen	Weiterführung der Prozentrechnung, Zinsrechnung, Umfang und Flächeninhalt von Kreisen	Proportionale und antiproportionale Zuordnungen, Ganzrationale Terme, lineare Gleichungen	Beschreibende Statistik
8 G	Prismen, Kreiszylinder, Satzgruppe des Pythagoras, Ähnlichkeit und Strahlensätze	Quadratwurzeln, rationale Zahlen, reelle Zahlen	Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen, Oberflächeninhalt und Volumen von Zylindern	Lineare Gleichungen und Ungleichungen, lineare Funktionen, Systeme linearer Gleichungen	
9 G	Pyramide, Kegel, Kugel, Trigonometrie, Trigonometrische Funktionen		Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden, Kegeln, Kugeln	Quadratwurzeln, quadratische Gleichungen, quadratische Funktionen, Potenzen und Potenzfunktionen	Mehrstufige Zufallsversuche

Teil B**Unterrichtspraktischer Teil****Der Unterricht in der Sekundarstufe I****Übersicht der verbindlichen Themen**

Lfd. Nr.	Verbindliche Unterrichtsthemen		Stundenansatz
5G.1	Zahlbereiche	Natürliche Zahlen, Rechengesetze, Teilbarkeit	45
5G.2	Geometrie	Grundformen und Grundbegriffe, Winkel, Berechnungen an ebenen Figuren und Körpern	50
5G.3	Größen	Sachrechnen	40
6G.1	Zahlbereiche	Bruchzahlen und Dezimalbrüche, Prozentbegriff	75
6G.2	Geometrie	Bewegung von Figuren, Symmetrie, Kongruenz, einfache Dreieckskonstruktionen, Berechnungen	45
6G.3	Stochastik	Grundbegriffe	15
7G.1	Funktionen	Zuordnungen, prozentuale Änderung, Zinsrechnung	36
7G.2	Zahlbereiche	Rationale Zahlen	28
7G.3	Geometrie	Konstruktionen ebener Figuren, Kreis und Geraden, Thalesatz, Berechnungen am Kreis	32
7G.4	Stochastik	Beschreibende Statistik	6
7G.5	Algebra	Ganzrationale Terme, Lineare Gleichungen	12
8G.1	Algebra / Funktionen	Lineare Gleichungen, lineare Funktionen, lineare Gleichungssysteme	44
8G.2	Zahlbereiche	Quadratwurzeln, reelle Zahlen	20
8G.3	Geometrie	Prisma und Zylinder, Satz des Pythagoras, Strahlensätze	44
9G.1	Algebra / Funktionen	Quadratische Gleichungen, quadratische Funktionen Potenzen, einfache Potenzgleichungen, Potenz- und Wurzelfunktionen	52
9G.2	Geometrie / Funktionen	Pyramide/Kegel/Kugel, Trigonometrie, trigonometrische Funktionen	40
9G.3	Stochastik	Mehrstufige Zufallsversuche	16

1 Die verbindlichen und fakultativen Unterrichtsinhalte in den Jahrgangsstufen 5G bis 9G

1.1 Die Jahrgangsstufe 5G

In dieser Anfangsphase sollen die Schülerinnen und Schüler keine Wiederholung des Grundschulstoffs durchmachen, sondern bereits aus der Grundschule bekannte Begriffe und Rechenverfahren in neuen Zusammenhängen wieder erkennen. Außerdem werden sie schrittweise und behutsam in die Arbeits- und Lernformen des gymnasialen Bildungsgangs eingeführt.

Durch die Bestimmung von Anzahlen werden Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler von den natürlichen Zahlen aus der Grundschule ergänzt. Die Schülerinnen und Schüler kommen zu Einsichten in den Zahlbegriff, gehen sicher mit den Rechenoperationen mit natürlichen Zahlen um, haben damit einen propädeutischen Zugang zur Algebra und gewinnen erste Vorerfahrungen zu Inhalten und Methoden der Statistik. Die Teilbarkeitslehre schärft den Blick für die Beziehungen zwischen Zahlen.

Mit Körpern und ebenen Figuren aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler werden zunächst wesentliche geometrische Begriffe thematisiert. Als Abstraktion dieser Objekte entstehen geometrische Körper und Figuren, die geometrischen Grundbegriffe und elementare Eigenschaften der betrachteten Körper und Figuren. Zeichnerisches Handeln, Konstruieren, Schätzen und Messen stehen im Mittelpunkt des Geometrieunterrichts dieser Klassenstufe.

Die Grundvorstellungen von ebenen und räumlichen Objekten werden vertieft. Beim Berechnen und Zeichnen zusammengesetzter Figuren und Körper werden im Allgemeinen Figuren behandelt, die sich in Rechtecke und Quadrate zerlegen lassen, sowie Körper, die aus Quadern und Würfeln bestehen. Dabei kommen Umfangs-, Flächen- und Volumenberechnung zur Anwendung.

Ein weiteres Thema ist der Winkelbegriff. Von seinen verschiedenen Aspekten ist der des Drehmaßes grundlegend, weil er sowohl das Messen wie das Abtragen von Winkeln mit leicht nachvollziehbaren Aktivitäten verbindet. Beides soll nicht isoliert, sondern stets im Zusammenhang mit sinnvollen übergeordneten Aufgaben erfolgen.

Mit dem Sachgebiet Größen werden die Schülerinnen und Schüler an den Anwendungscharakter von Mathematik herangeführt. Ein wichtiges Ziel des Unterrichts ist es dabei, z. B. Rechenoperationen oder geometrische Zusammenhänge aus sachgebundenen Kontexten herauszulösen. Die Inhalte von 5G.1 und 5G.2 sowie 5G.2 und 5G.3 überschneiden sich teilweise. Deshalb ist eine strikte Trennung nicht sinnvoll.

Wo immer es möglich und angemessen erscheint, ist eine Vernetzung der drei Sachgebiete herzustellen.

5G.1	Zahlbereiche	Std.: 45
Leitideen: (L1) Zahl		

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Natürliche Zahlen

Bestimmung von Anzahlen und Darstellung in Diagrammen	Beispiele aus dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler (Sport, Währung, Glücksspiele, Bevölkerungszahlen) Anwendungen auf Zufallsversuche, Häufigkeiten Diagramme, Tabellen als Darstellungs- und Abzählhilfe Entwicklung von Vorstellungen zur Multiplikation
Vergleichen, Ordnen, Zahlenstrahl, Runden	Kleinerrelation, Verständnis für Größenordnungen Lesen und Schreiben von Zahlen im Zahlenraum bis zu einer Billion Hinweis auf die Unbegrenztheit der natürlichen Zahlen

Grundrechenarten, Rechengesetze	Addition / Subtraktion, Multiplikation / Division als jeweils entgegengesetzte Operationen; Beschränkung bei der schriftlichen Division auf zweistellige und einfache dreistellige Divisoren Anwendungen (z. B. Einkauf), Überschlagsrechnung, Verbindung der vier Grundrechenarten (Vorrangregeln, Distributivgesetz)
Einfache Gleichungen	Variable, Lösen einfacher Gleichungen durch systematisches Probieren
Teilbarkeit	Teiler einer Zahl, Teilmengen; Vielfache einer Zahl, Vielfachenmengen Endstellenregeln für Teilbarkeit durch 2, 5, 10, 4, 25, 100; Quersummenregel für Teilbarkeit durch 3 und 9 Primzahlen und Primfaktorzerlegung (einige Beispiele) Bestimmung des ggT, kgV von Zahlen vorwiegend durch systematisches Probieren in Anwendungen

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Rechengesetze	Addition und einfache Multiplikationen im Dualsystem Teilbarkeit von Summe und Produkt Euklidischer Algorithmus
Stellenwertsysteme	Römische Zahlzeichen Dezimalsystem als Stellenwertsystem, Dualsystem, Potenzschreibweise, Hexadezimalzahlen
Zeitleiste über die Entwicklung der Erde Streckenlängen im Sonnensystem	
Tabellenkalkulation	Arbeitsoberfläche (Menüs, Dialogfenster, Hilfe, individuelle Konfiguration) Eingabe von Zahlen mit Formatierung Einfache graphische Darstellungen (Blockdiagramm, Säulendiagramm) Vergleichen und sortieren

Querverweise:	Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG): Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung
----------------------	--

5G.2

Geometrie

Std.: 50

Leitideen: (L3) Raum und Form, (L2) Messen

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Räumliche Grundformen	Unterschiedliche Körper der Umwelt (z. B. Verpackungen, Gebäude, Gebäudeteile, Möbel)
Geometrische Körper	Quader, Würfel, Zylinder, Kegel, Kugel, Pyramide als Idealisierung von Gegenständen Eigenständiges Entdecken von Eigenschaften wie Ecken, Kanten, Flächen, Krümmung von Kanten und Flächen Zeichnung von Netzen und Schrägbildern von Quader, Würfel
Ebene Grundformen	Unterschiedliche Flächen der Umwelt (z. B. Grundstücke, Grundfläche von Wohnungen, Fenster, Wandflächen, Seitenflächen von Körpern)
Ebene Figuren, Koordinatensystem Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken und Quadraten	Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Trapez, Raute, Dreieck, Kreis Orientierung im Koordinatensystem Messen an und von ebenen Figuren Entwicklung zeichnerischer Fähigkeiten, Handhabung von Geodreieck und Zirkel
Geometrische Grundbegriffe	Punkt, Strecke, Fläche in der Umwelt, an Körpern und an ebenen Figuren Einführung der Begriffe Gerade, Halbgerade, Ebene und Vergleich mit Strecke, Fläche
Lagebeziehung von Geraden zueinander	Beispiele für zueinander senkrechte bzw. parallele Linien (Schiene, Wände, Möbel, Hefte) zueinander parallele Geraden zueinander senkrechte Geraden, Abgrenzung zu lotrecht bzw. vertikal, horizontal Messen des Abstandes eines Punktes von einer Geraden, Messen des Abstandes zweier zueinander paralleler Geraden
Winkel	Winkel in der Umwelt erkennen (Drehwinkel an Uhr und Kompass, Kurse, Dächer, Zäune, Wegkreuzungen, Drehen einer Kurbel, Steigungswinkel) Winkelgrößen messen und schätzen, auch in Figuren Winkel klassifizieren Winkel bei vorgegebener Größe zeichnen
Flächen und Flächeninhalte	Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken, Quadraten Inhalt und Umfang von Flächen, die aus Rechtecken und Quadraten zusammengesetzt sind Zerlegung von Figuren in Rechtecke und Quadrate Flächeninhalt, z. B. von Kacheln, Wänden, Grundstücken, Fenster, Türen
Körper, Volumen und Oberflächeninhalt	Volumen und Oberflächeninhalt von Quader und Würfel Modelle von Körpern, die aus Quadern und Würfeln zusammengesetzt sind (Verpackungen, Möbel, Räume, Gebäude)

Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern, die aus Quadern und Würfeln zusammengesetzt sind

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Herstellen von Körpermodellen
Kantenmodell von Quader, Würfel

Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:

Querverweise:**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

5G.3

Größen

Std.: 40

Leitideen: (L2) Messen, (L3) Raum und Form

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Sachrechnen

Fortführung der Behandlung von Größen:
 Messen, Einheiten
 Rechnen mit den Größen,
 Sachaufgaben auch in Alltagssituationen mit Währung
 und Währungseinheiten,
 Längen und Längeneinheiten,
 Flächeninhalte und Flächeneinheiten,
 Volumina und Volumeneinheiten,
 Zeitpunkt, Zeitspanne und Zeiteinheiten,
 Gewicht und Gewichtseinheiten

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Tabellenkalkulation

Anwendung der Tabellenkalkulation für einfache Be-
 rechnungen

Mathematische Erschließung komplexer All-
 tagssituationen, Karten lesen, Maßstab

Themenvorschläge:

- Planung einer Wanderung oder Klassenfahrt
 (vorzugsweise mit Tabellenkalkulation)
- Maßstab lesen
- Messen und Rechnen – Historische Entwicklung
 von Messtechniken und der Maßeinheiten

Querverweise:

Maßstäbe und Messen: Ek 5.1-2,
 Eth 5.4

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
 Medienerziehung

1.2 Die Jahrgangsstufe 6G

Die natürlichen Zahlen werden zum Bereich der nichtnegativen rationalen Zahlen erweitert. Verteilungsaufgaben, die sich auf Alltagssituationen beziehen, führen durch die Betrachtung von Anteilen auf gewöhnliche Brüche. Sie haben den Vorteil, dass ihre Darstellung mit Zähler und Nenner am ehesten handlungsbezogene und auf Einsicht zielende Vorstellungen hervorruft. Mit der Betrachtung von relativen Häufigkeiten wird eine Brücke zur Stochastik geschlagen. Gleichzeitig werden aber die Inhalte der Bruchrechnung in weiteren Kontexten erweitert und vertieft. Gerade in der Bruchrechnung spielen graphische Darstellungen und der aktive Umgang mit Material bei der Gewinnung von Einsichten eine große Rolle. Das Rechnen mit Brüchen und die Anwendung der Rechengesetze sollten stets mit inhaltlichen Vorstellungen verknüpft sein und mit überschaubaren Zahlen erfolgen. Die Verwendung der Kommaschreibweise bei Größenangaben führt auf Dezimalbrüche. Diese spielen im Alltag, in Technik und Wissenschaft eine große Rolle. Das Rechnen mit ihnen muss deshalb sicher beherrscht werden.

Die mit der Bruchrechnung entwickelte Anteilvorstellung wird schließlich zum Prozentbegriff erweitert. Die Grundaufgaben der Bruchrechnung sind deshalb bis zu den Grundaufgaben der Prozentrechnung weiterzuführen.

Symmetrie als übergeordneter Begriff liefert die Verbindung von Phänomenen der Umwelt zu geometrischen Objekten. Symmetriebetrachtungen führen zu Spiegelungen, Verschiebungen und Drehungen von Figuren und umgekehrt. Eine zeichnerisch handelnde Vorgehensweise steht hier im Vordergrund.

Die Einsicht in die Beweisnotwendigkeit ist im Sachgebiet Geometrie besonders gut zu wecken und zu fördern. Dabei geht es in dieser Jahrgangsstufe nicht um das formale Abarbeiten von Beweisen, sondern um anschauliche Begründungen.

Wenn es die Situation in einer Klasse zulässt, bietet sich im Zusammenhang der Geometrie der Einsatz von geeigneter Geometriesoftware an, um im Sinne einer dynamischen Geometrie mathematisches Experimentieren zu fördern.

Das Verständnis für stochastische Probleme lässt sich nur in einem langfristigen Prozess erreichen. Das Heranführen an die Denkweise der Stochastik kann nur durch aktives Handeln im Rahmen von Zufallsexperimenten und Auswertung aktuellen Datenmaterials gelingen. Dabei sind zwei Aspekte zu betrachten: die Chance bei einem Zufallsversuch und die relative Häufigkeit bei der Analyse von Daten. Baumdiagramme erlauben die Beschreibung von Zufallsversuchen und das Berechnen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten; dabei ist auch das Verständnis für Wahrscheinlichkeitsaussagen zu fördern.

6G.1	Zahlbereiche / Größen	Std.: 75
Leitideen: (L1) Zahl		

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Gewöhnliche Brüche, Dezimalbrüche und Prozentangaben	Bruchteile (Anteile) und Brüche aus dem Erfahrungsreich der Schülerinnen und Schüler Graphische Darstellung von Bruchteilen an Kreisen, Rechtecken, Strecken Notieren von Anteilen als gewöhnliche Brüche, Dezimalbrüche und Prozentangaben als Hundertstelbruch Darstellen von Anteilen mittels Kreisdiagramm
Grundaufgaben der Bruchrechnung und der Prozentrechnung	Bestimmung des Endwertes (Bruchteils), des Anfangswertes (Ganzen), des Bruches (Anteils) Berechnung des Prozentwertes, Prozentsatzes und Grundwertes Benutzung graphischer Darstellungen zu den Grundaufgaben
Bruchzahlen Vergleichen und Ordnen von Brüchen	Beschränkung auf Brüche mit kleinem Zähler und kleinem Nenner Gleichheit von Anteilen Veranschaulichung am Zahlenstrahl Kürzen und Erweitern von Brüchen
Rechnen mit Bruchzahlen	Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division von Bruchzahlen, Doppelbruch als Divisionsaufgabe Anwendungen in Sachaufgaben Rechengesetze (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz) als Vorbereitung der Algebra (Vorrangregeln, einfache Gleichungen)
Dezimalbrüche, Rechnen mit Dezimalbrüchen	Dezimalschreibweise von Zehnerbrüchen Die vier Grundrechenarten bei abbrechenden Dezimalbrüchen Umwandlung gewöhnlicher Brüche in endliche und periodische Dezimalbrüche Runden von Dezimalbrüchen, Schätzen, Überschlagsrechnen Anwendungen in Sachaufgaben

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Tabellenkalkulation	Umwandlung periodischer Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche Kreisdiagramm, Stab- / Säulendiagramm, Streifen- / Blockdiagramm
---------------------	---

Querverweise:	Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG): Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung
----------------------	--

6G.2

Geometrie

Std.: 45

Leitideen: (L3) Raum und Form, (L2) Messen

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Bewegung von Figuren	Achsen Spiegelung, Punkt Spiegelung, Parallelverschiebung, Drehung von Figuren ausführen Konstruktionsvorschriften und Eigenschaften der Abbildungen werden durch die Anschauung gewonnen bzw. erarbeitet Erzeugen von Mustern durch Spiegeln, Drehen, Parallelverschieben Kongruente Figuren als Figuren mit den gleichen Maßen und gleicher Gestalt / deckungsgleiche Figuren
Symmetrische Figuren	Symmetrie in der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler, z. B. Verkehrsschilder, Graphiken, Blütenformen, Kristalle, Ornamente, Buchstaben, Ziffern, Zahlen Ganzheitliches Erkennen und spielerisches Herstellen punktsymmetrischer, achsensymmetrischer, drehsymmetrischer Figuren Zeichnen von Symmetrieachsen in Figuren
Winkel an Geradenkreuzungen	Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel
Winkelsummensätze	Dreieck, Viereck
Flächeninhaltsberechnungen, Umfangsberechnungen	Parallelogramm, Dreieck, Trapez Flächeninhalt und Umfang von Vielecken in Anwendungssituationen (Zerlegungen, Ergänzungen)

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Dynamische Geometriesoftware (DGS)	Konstruktionen mittels Geometrieprogrammen
Winkelsummensätze	n-Eck

Querverweise:**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

6G.3

Stochastik

Std.: 15

Leitideen: (L5) Daten und Zufall

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	Zufallsversuch, Ausfall (Ergebnis), absolute und relative Häufigkeiten, Gewinnchancen, Vergleich von Gewinnchancen, Mittelwerte, Diagramme, Wahrscheinlichkeit, Ereignis
Ereignisse bei einstufigen Zufallsversuchen	Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, Additionssatz, Laplace-Formel
Ereignisse bei mehrstufigen Zufallsversuchen	Wahrscheinlichkeitsbaum, Multiplikationsregel

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

1.3 Die Jahrgangsstufe 7G

Der Taschenrechner ist im Mathematikunterricht ab Jahrgangsstufe 7G verbindlich einzusetzen. Außerdem sollen alle Schülerinnen und Schüler den Umgang mit einer Tabellenkalkulation lernen. PC und Taschenrechner dienen einerseits als Hilfsmittel zur Lösung von rechenintensiven Aufgaben und schaffen dadurch Zeit für mathematisches Handeln. Andererseits sollen auch die Möglichkeiten genutzt werden, mit diesen Medien das Entdecken neuer Zusammenhänge zu erleichtern, das mathematische Experimentieren zu ermöglichen und die Veranschaulichung der erhaltenen Ergebnisse zu verbessern.

Da beim Einsatz von Taschenrechnern oder PC das schriftliche Rechnen in vielen Situationen etwas an Bedeutung verloren hat, sollte das Überschlagsrechnen in besonderer Weise geübt werden, um ein besseres Verständnis für die untersuchten Veränderungen und eine geeignete Kontrolle der von Taschenrechner oder PC angezeigten Ergebnisse zu ermöglichen.

Die Sachgebiete proportionale und antiproportionale Zuordnungen erlauben neben einer reinen Beschreibung und Strukturierung von Sachzusammenhängen aus lebensnahen Anwendungssituationen auch eine elementare Hinführung zum Funktionsbegriff. Die funktionalen Zusammenhänge werden durch Angabe von Tabellen oder Graphen beschrieben. Der Einsatz des Taschenrechners kann hierbei die Berücksichtigung realistischer Daten erlauben. Der wichtige Zusammenhang zwischen den Sachgebieten proportionale und antiproportionale Zuordnungen und Prozentrechnung ist zu verdeutlichen. Die erneute Behandlung der Prozentrechnung führt zu einer vertiefenden Betrachtung und Weiterentwicklung der verwendeten Begriffe, und die Zinsrechnung erlaubt eine Verbindung zu den Inhalten anderer Sachgebiete.

Die Erweiterung zu den rationalen Zahlen ist den Schülerinnen und Schülern zunächst an Beispielen aus Anwendungssituationen einsichtig zu machen, die innermathematischen Fragestellungen sollten jedoch auch beachtet werden.

Das Argumentieren anhand anschaulicher Objekte ist bei der Planung von Konstruktionen besonders zu üben. Neben dem sorgfältigen Konstruieren sollte auch an die Beschreibung der Konstruktionen – die auch mit dem Geodreieck ausgeführt werden können – herangeführt werden. Bei der Konstruktion von Figuren lässt sich besonders das selbstständige Problemlösen schulen. Interaktive Geometrieprogramme können hier die Experimentiermöglichkeiten der Schülerinnen und Schüler unterstützen. Auch das Beweisen von Sätzen kann an Beispielen geübt werden; die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, selbstständig Beweisideen zu finden. Die Begriffe Behauptung, Voraussetzung und Beweis eines Satzes sind dabei einzuführen und in zunehmendem Maße zu verwenden.

Um die elementaren Berechnungen an ebenen Figuren abzurunden, werden die Kreisberechnungen in Jahrgangsstufe 7G behandelt. Die Kreiszahl π lässt sich als Proportionalitätsfaktor zwischen Umfang und Durchmesser von Kreisen experimentell näherungsweise gewinnen. Die Problematisierung der Zahl π erfolgt später. Der Übergang zur Flächeninhaltsformel kann durch das Umlegen von Kreissektoren zu einem angenäherten Rechteck plausibel gemacht werden. Der Flächeninhalt von Sektoren und die Länge von Kreisbögen werden ebenfalls durch Proportionalitätsüberlegungen gewonnen.

Die beschreibende Statistik ist ein zentrales Gebiet der Stochastik. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler nominale, ordinale und metrische Skalen unterscheiden sowie wichtige Lagemaße zur mathematischen Beschreibung und zum Vergleich von Häufigkeitsverteilungen verwenden lernen. Unter dem Aspekt des Realitätsbezuges von Mathematik muss hier das Durchführen eigener Erhebungen vor allem auch in Verbindung zu anderen Fächern im Vordergrund stehen.

Das Aufstellen von Termen in Sachzusammenhängen führt zur Wertgleichheit von Termen und den Termumformungen. Daraus lassen sich die Äquivalenzumformungen einfacher linearer Gleichungen entwickeln.

7G.1

Funktionen

Std.: 36

Leitideen: (L4) Funktionaler Zusammenhang

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**Proportionale und antiproportionale Zuordnungen**

Zuordnungen

Zuordnungstabellen
 Graphische Darstellung im Koordinatensystem
 Zuordnungen analysieren: z. B. ‚Je mehr – desto mehr‘, ‚Je mehr – desto weniger‘

Proportionale Zuordnungen

Summen- und Vielfachenregel, Quotientengleichheit, Proportionalitätsfaktor, Zuordnungsvorschrift
 Dreisatz
 Graphische Darstellung durch Ursprungsgeraden

Antiproportionale Zuordnungen

Vielfachenregel, Produktgleichheit, Zuordnungsvorschrift
 Dreisatz
 Graphische Darstellung, Vergleich mit Graphen anderer Zuordnungen

Aufgaben aus verschiedenen komplexen Sachzusammenhängen

z. B. Zusammenhang von Weg und Zeit, Geschwindigkeit als Proportionalitätsfaktor
 z. B. Zusammenhang von Volumen und Masse, Dichte als Proportionalitätsfaktor
 z. B. Auswertung von Messreihen

Prozentuale Änderungen

Vermehrter und verminderter Grundwert
 „Änderung um“, „Änderung auf“, Prozentsätze über 100 %
 Verknüpfungen von Prozentsätzen

Zinsrechnung

Zinsrechnung als Prozentrechnung, Jahreszinsen
 Kapital, Zinsen, Zinssatz

Zinsrechnung unter Berücksichtigung der Zeit

Monats- und Tageszinsen bei jährlicher Verzinsung

Zinseszinsen

Zinsen von Zinsen, Kapitalverdopplung

Taschenrechner und Tabellenkalkulation

Einführung in den Gebrauch des Taschenrechners, Klammern, Termeingabe, Speicherfunktionen, kritische Beurteilung der Ergebnisse durch Überschlagsrechnungen, sinnvolles Runden der Ergebnisse, Problematisieren der %-Taste

Einführung in den Gebrauch der Tabellenkalkulation, Eingabe von Zahlen mit Formatierung, Herstellen von Tabellen, Erstellen von graphischen Darstellungen aus Tabellen, Benutzen von Formeln in den Zellen

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Aufgaben aus komplexen Sachzusammenhängen Doppelter Dreisatz

Zinseszinsen Verstehen und Anwenden der Zinseszinsformel
Promille

Querverweise:

Wärme: Phy 7.2, Ch 7.1, Bio 7.4
Geld und Tausch: G 7.3-4, PoWi 7.3

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
Medienerziehung

7G.2	Zahlbereiche	Std.: 28
Leitideen: (L1) Zahl		

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Rationale Zahlen Vergleichen und Ordnen	Hinführung zu den negativen Zahlen anhand anschaulicher Modelle Zahl und Gegenzahl, Betrag einer Zahl Zahlengerade, Erweiterung des Koordinatensystems
Rechnen mit rationalen Zahlen	Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetze Klammerregeln / Vorrangregeln

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Koordinatensystem	Verschiebungspfeile, Verschiebungen von Figuren im Koordinatensystem (zeichnerische und rechnerische Ausführung), auch im 2., 3. und 4. Quadranten Hintereinanderausführung von Verschiebungen
-------------------	---

Querverweise:	Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):
----------------------	---

7G.3

Geometrie

Std.: 32

Leitideen: (L3) Raum und Form

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Konstruktion von Dreiecken	Kongruenzsätze für Dreiecke (Begründung und Anwendung beim Konstruieren) Konstruktionen (Arbeiten auch mit Geodreieck) Mittelsenkrechte (Umkreis), Winkelhalbierende (Inkreis), Seitenhalbierende (Schwerpunkt), Höhenschnittpunkt Vermessungsaufgaben
Kreis und Geraden	Sehne, Sekante, Tangente Thalesatz
Berechnungen am Kreis	Umfang, Flächeninhalt Experimentelle Ermittlung eines Näherungswertes der Kreiszahl π als Proportionalitätsfaktor zwischen Umfang und Durchmesser Bogenlänge und Sektorfläche unter funktionalem Gesichtspunkt (Proportionalität!)

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal	Konstruktion von Tangenten an einen Kreis Konstruktion von Vierecken
Ordnen von Vierecken	Verschiedene Ordnungsgesichtspunkte betrachten (Symmetrieeigenschaften)
Umkreis, Inkreis bei Vierecken	Sehnenviereck Umfangswinkelsatz – Zusammenhang mit Thalesatz Tangentenviereck
Einsatz interaktiver Geometrieprogramme	Geometrieprogramme zur Darstellung von geometrischen Figuren und zum „spielerischen Experimentieren“, um neue Erkenntnisse zu gewinnen.

Querverweise:**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

7G.4

Beschreibende Statistik

Std.: 6

Leitideen: (L5) Daten und Zufall

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Beschreibende Statistik

Graphische Darstellungen statistischer Daten

Gesamtheit, Stichprobe, Häufigkeitsdiagramme
Skalen: Nominalskala, Ordinalskala, metrische Skala

Lagemaße

Modalwert (häufigster Wert), Zentralwert (Median), arithmetisches Mittel, Aspekt der Streuung nur qualitativ

Arbeitsweisen der Statistik

Statistische Daten erheben, Erstellen von Häufigkeitsverteilungen und deren graphische Darstellung, Auswertung anhand der erarbeiteten Diagramme sowie mithilfe von Lageparametern; Beurteilung statistischer Angaben im realen Kontext (Aussagekraft von Statistiken und deren Bewertung)

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Tabellenkalkulation

Nutzung der statistischen Funktionen von TK-Software

Vertiefungen und Erschließung komplexer Alltagssituationen

Zum Beispiel Untersuchen von Verkehrsgeschehen und Erstellen einer Verkehrsplanung; Analyse des Konsumverhaltens; naturwissenschaftliche Beobachtungen im Zusammenhang mit Wetter, Tierpopulationen oder Nahrungsmittelanalysen

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

7G.5

Leitideen: (L1) Zahl

Algebra

Std.: 12

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**Lineare Gleichungen**

Ganzrationale Terme

Aufstellen von Termen, Umformungsregeln

Lineare Gleichungen

Lösen einfacher linearer Gleichungen mit Hilfe von Äquivalenzumformungen
Lösungsmenge (auch leere Menge)**Querverweise:****Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

1.4 Die Jahrgangsstufe 8G

Die Schülerinnen und Schüler haben in Jahrgangsstufe 7G Äquivalenzumformungen einfacher linearer Gleichungen kennen gelernt, die deren systematisches Lösen erlauben. Diese Fähigkeiten werden hier ausgebaut und es kommen weitere Termumformungsregeln hinzu. Die rein schematische Benutzung der Operationen ist nicht das Ziel. Denn nur das Verständnis für die behandelten Verfahren führt langfristig auch zu einer Sicherheit in ihrer Anwendung. Zur Lösung von Ungleichungen ist keine Formalisierung notwendig. Ungleichungen können durch Funktionswertvergleich von rechtem und linkem Term im Zusammenhang mit Funktionsgraphen behandelt werden.

Die Behandlung funktionaler Zusammenhänge am Beispiel von linearen Funktionen dient der Festigung des Funktionsbegriffes. Dabei ist nicht nur der Zuordnungsaspekt, sondern auch die Vorstellung von der Veränderung einer Größe (lineare, proportionale, antiproportionale Veränderung) zu berücksichtigen. Mit Hilfe von Termen und Funktionsgleichungen werden vor allem lineare Abhängigkeiten aus dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler beschrieben. Die Schülerinnen und Schüler lernen, reale Situationen in die Sprache der Mathematik zu übertragen und zu lösen und das Ergebnis zu interpretieren. Auch komplexe Fragestellungen bei der Weiterführung der Prozentrechnung und Zinsrechnung können mit linearen Gleichungen gelöst werden.

Der verständige Umgang mit Systemen von linearen Gleichungen ist eine wichtige Voraussetzung für die Bearbeitung inner- und außermathematischer Problemstellungen. Die Zusammenhänge werden hier am Beispiel von Systemen mit zwei linearen Gleichungen mit zwei Variablen in Realitätsbezügen eingeführt, geübt und vertieft. Dabei sind die Kenntnis der Beziehung zwischen den verschiedenen algebraischen und geometrischen Lösungsverfahren (und Lösungsfällen) sowie das verständige und sichere Umgehen damit von besonderer Bedeutung.

Zahlbereiche werden im Verlauf der gesamten Schulzeit systematisch aufgebaut bzw. erweitert. In der Jahrgangsstufe 8G erfolgt die Erweiterung der rationalen Zahlen in dem Sinne, dass die Schülerinnen und Schüler gewisse Quadratwurzeln als nicht rationale Zahlen kennen lernen, mit dem Rechnen mit Quadratwurzeln vertraut und im Umgang damit sicher werden. Die Menge der reellen Zahlen wird lediglich als neue Obermenge für rationale und nicht rationale Zahlen eingeführt.

Die in den Jahrgangsstufen 5G bis 7G entwickelten Vorstellungen von Körpern werden mit der Behandlung und Berechnung der Prismen und der Kreiszylinder weiterentwickelt. Beim Zeichnen von Schrägbildern kann man sich auf Freihandskizzen beschränken.

Der Gesichtspunkt, dass geometrische Zusammenhänge rechnerisch erfasst werden, wird durch die Behandlung der Satzgruppe von Pythagoras und der Strahlensätze weiter ausgebaut. Der Satz des Pythagoras ist so wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler über seine Aussage hinaus auch unterschiedliche Beweise kennen lernen sollen. Weiterhin muss dieser wichtige Satz für inner- und außermathematische Anwendungen sicher zur Verfügung stehen.

Für die Berechnungen ebenso zentral sind die Strahlensätze. Sie werden aus den Eigenschaften ähnlicher Figuren gewonnen. Anhand der Strahlensätze wird erfahren, wie geometrische Zusammenhänge durch Einbeziehung algebraischer Methoden für die praktische Nutzung verfügbar werden. Die hier hergestellte Beziehung zwischen Algebra und Geometrie schafft die Vernetzung unterschiedlicher Sachgebiete. Hier können bekannte Zusammenhänge und Techniken aufgegriffen und vertieft werden (Verhältnisrechnung, einfache Bruchgleichungen sowie Entdecken, Formulieren und Beweisen mathematischer Sätze).

8G.1

Algebra / Funktionen

Std.: 44

Leitideen: (L1) Zahl, (L4) Funktionaler Zusammenhang

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**Terme und lineare Gleichungen**

Termumformungen

Ausmultiplizieren von Klammern, Faktorisieren, Binomische Formeln

Lineare Gleichungen

Lösen linearer Gleichungen
Verständnis für die Äquivalenzumformungen
Einfache Ungleichungen

Anwendungen

Umstellung von Formeln
Prozentformel, Zinsformel**Lineare Funktionen**

Proportionale Funktionen / Lineare Funktionen

Darstellung durch Graph und Tabelle
Funktionsgleichung
Nullstelle, Steigungsdreieck, Steigung
Verschiebung, Achsenabschnitt, Parallelität
Gerade als Graph, Punktprobe, Gerade durch zwei Punkte, Funktionsgleichungen zu Graphen angeben
Proportionales und lineares Wachstum

Antiproportionale und andere Funktionen

Funktionsgleichungen und Graph bei antiproportionalen Funktionen
Beispiele für andere nichtlineare Funktionen**Lineare Gleichungssysteme**

Systeme von zwei linearen Gleichungen in zwei Variablen

Geometrische Lösung, Einsetzungs-, Gleichsetzungs-, Additionsverfahren, sämtliche Lösungsfälle

Anwendungen

Realitätsbezogene Beispiele zu Sach- und Textaufgaben und fachübergreifende und fächerverbindende Problemstellungen

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Computeralgebrasysteme

CAS bei Termumformungen

Binomische Formeln für $n > 2$

Pascalsches Dreieck, Binomischer Satz

Bruchgleichungen

Kürzen und Erweitern von Bruchtermen

Verhältnis zweier Größen

Einfache Verhältnisgleichungen

Codierung von Zahlen

Bedeutung der Strichcodes, Codierungsmethoden, Prüfziffer, ISBN-Codierung

Systeme mit drei und mehr Variablen

GAUSS-Algorithmus

Lineare Ungleichungssysteme

Geometrische Veranschaulichung
Lineare Optimierung

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
Medienerziehung

8G.2	Zahlbereiche	Std.: 20
Leitideen: (L1) Zahl		

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Quadratwurzeln, reelle Zahlen

Begriff der Quadratwurzel einer Zahl $a \geq 0$	\sqrt{a} als die nichtnegative Zahl, deren Quadrat die Zahl a ist Lösungen der Gleichung $x^2 = a$ Quadrieren und Wurzelziehen als Umkehroperationen zueinander Anschauliche Argumentation zur Irrationalität von Quadratwurzeln über Endziffern oder Widerspruch
Näherungswerte für Quadratwurzeln	Umgang mit Näherungswerten (Rechnerzahlen) Sinnvoller Gebrauch des Taschenrechners
Rechnen mit Quadratwurzeln	Rechenregeln für Quadratwurzeln; Begründung und Anwendung, Termumformungen

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Irrationale Quadratwurzeln und reelle Zahlen	Wiederaufgreifen von Wissen über Zahlbereiche Darstellung von Zahlen auf der Zahlengeraden: Konstruktion von Quadratwurzeln auf der Zahlengeraden, Vergleich der Zahlbereiche, Rechengesetze
Verfahren zur Wurzelbestimmung	HERON-Verfahren und Intervallhalbierung (auch durch Nutzung von Tabellenkalkulation oder einer Programmiersprache)
Rechnen mit Quadratwurzeln	Einfache Gleichungen mit Wurzeln
Irrationalität in der griechischen Mathematik	Erarbeiten kulturhistorischer Zusammenhänge

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

8G.3

Geometrie

Std.: 44

Leitideen: (L3) Raum und Form, (L2) Messen

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Prismen und Kreiszylinder	Körpermodell, Netz, Schrägbild (Handskizze) Oberflächeninhalt, Volumen
Satz des Pythagoras und dessen Umkehrung	Erarbeiten der mathematischen Zusammenhänge mit Bezügen zur Geschichte der Mathematik und zu praktischen Problemen Kenntnis des Kathetensatzes und des Höhensatzes
Berechnen von Streckenlängen in ebenen und räumlichen Figuren	Anwenden, Vertiefen und Vernetzen bekannter geometrischer und algebraischer Kenntnisse und Fähigkeiten zur Bearbeitung realitätsbezogener Problemstellungen, Vergleich unterschiedlicher Lösungswege (algebraisch und geometrisch) Erarbeitung, Anwendung und Umstellung von Formeln im Zusammenhang mit der Satzgruppe des Pythagoras (gleichseitiges Dreieck, Raum- und Flächendiagonalen im Würfel und Quader)
Ähnlichkeit und Strahlensätze	Ähnlichkeit von Figuren Ähnlichkeitssätze von Dreiecken Strahlensatzfiguren und Strahlensätze Flächeninhalt ähnlicher Figuren

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Satz des Pythagoras – Erweiterungen und Vertiefungen	Quadraturprobleme (geometrische und algebraische Lösung) Unterrichtsprojekte zur Vermessung und Kartographie
Historische Zusammenhänge	Pythagoreer und griechische Mathematik; pythagoreische Zahlentripel
Berechnen, Konstruieren und Beweisen mittels Ähnlichkeit	Berechnung von Streckenlängen, Streckenteilung; Inkommensurabilität Untersuchung realitätsbezogener Problemstellungen im Zusammenhang mit Ähnlichkeit: z. B. Kartographie, Baupläne, Papierformate (DIN A) Schwerpunktsatz im Dreieck
Zentrische Streckung	Begriff der zentrischen Streckung (Zentrum und Streckfaktor), Eigenschaften, (vorläufige) Klassifizierung geometrischer Abbildungen
Kultur- und kunsthistorische Bedeutung bestimmter Teilverhältnisse	Bestimmte Teilverhältnisse, innere und äußere Teilung, harmonische Teilung, goldener Schnitt
Ähnlichkeit bei räumlichen Figuren	Volumen

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
Medienerziehung

1.5 Die Jahrgangsstufe 9G

Körperdarstellungen und -berechnungen sind unerlässlich für die Schulung räumlichen Vorstellungsvermögens und sind unverzichtbarer Bestandteil einer auch auf die Anwendung im Alltag gerichteten mathematischen Bildung. Hinzu kommt die mathematikgeschichtliche Bedeutung der Untersuchung und Berechnung raumgeometrischer Größen. Die Behandlung der entsprechenden Inhalte durchzieht die gesamte Mittelstufe und wird in der Oberstufe mittels Methoden der Analysis und der linearen Algebra fortgeführt. Eine Begründung des für die Herleitung der Volumenformeln von Spitzkörpern wichtigen Satzes von Cavalieri soll auf einer anschaulichen Ebene erfolgen.

Die mathematischen Begriffe Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels sowie der Sinus- und Kosinussatz sind in der ebenen und räumlichen Geometrie sowie in vielen Realitätsbezügen (z. B. Technik, Physik, Vermessung) unentbehrlich. Trigonometrische Funktionen sind Beispiele für periodische Funktionen. Besonderer Wert sollte auf die Darstellung der trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis und die Veranschaulichung ihrer Beziehungen untereinander gelegt werden.

Viele Sachprobleme führen auf quadratische Gleichungen, deren Lösungsverfahren die Schülerinnen und Schüler beherrschen müssen. Im Sinne des spiraligen Aufbaus des Funktionsbegriffs lernen sie jetzt quadratische Funktionen als wichtige Klasse nichtlinearer Funktionen kennen. Sie müssen die Fähigkeit ausbilden, quadratische Beziehungen zwischen Größen zu erkennen und zu mathematisieren. Sie sollen die algebraischen Eigenschaften des Funktionsterms und die geometrischen des Graphen zueinander in Beziehung setzen sowie geometrische Operationen im algebraischen Kontext erarbeiten.

Der Ausbau des Potenzbegriffes erfolgt durch Erweiterung auf nicht-natürliche Exponenten. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler Sicherheit beim Rechnen mit Potenzen gewinnen, Berechnungen sollen aber stets an überschaubaren Termen erfolgen. Das Radizieren wird als Umkehroperation zum Potenzieren erarbeitet. Zur Erweiterung der Kenntnisse über Funktionen lernen die Schülerinnen und Schüler als weitere Funktionenklasse die Potenz- und Wurzelfunktionen kennen.

Die Stochastik in der Sekundarstufe I wird damit abgeschlossen, dass die Schülerinnen und Schüler lernen, die bereits ab der Jahrgangsstufe 6G behandelten mehrstufigen Zufallsversuche im realitätsbezogenen Kontext durch Systematisierung der Zählverfahren zu mathematisieren. Zentral ist hier die Fähigkeit zur Abbildung einer vorliegenden Situation auf ein bekanntes Modell. Dies geschieht durch Veranschaulichung von Zählvorgängen an Baumdiagrammen, durch systematisches Probieren mit reduzierten Anzahlen und induktives Erschließen des Ergebnisses.

9G.1

Algebra / Funktionen

Std.: 52

Leitideen: (L1) Zahl, (L4) Funktionaler Zusammenhang

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen**

Quadratische Gleichungen

Graphische und rechnerische Lösungsverfahren, quadratische Ergänzung, Lösungsformel
Sachprobleme, die auf quadratische Gleichungen führen
Faktorisieren durch Ausklammern von x bzw. x^n
Einfache Bruchgleichungen und Wurzelgleichungen

Quadratische Funktionen $x \rightarrow ax^2 + bx + c$

Zugang über Realitätsbezüge (z. B. Extremalprobleme, die auf quadratische Funktionen führen)

Eigenschaften der Funktion und des Graphen: Normalparabel, Scheitelpunkt, Nullstellen, Verschiebung des Graphen in Richtung der Koordinatenachsen, Strecken und Stauchen in Richtung der y -Achse, Spiegeln an den Koordinatenachsen
Scheitelpunktsform der Parabel
Visualisierung der geometrischen Abbildungen mittels Mathematiksoftware

Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

Exponentendarstellung von Zahlen, wissenschaftliche und technische Darstellung

Potenzgesetze

Berechnungen an überschaubaren Termen

Potenzen mit rationalen Exponenten

Radizieren als Umkehroperation des Potenzierens für nichtnegative Radikanden
 n -te Wurzeln als Potenz
Erweiterung des Potenzbegriffs und der Potenzgesetze auf gebrochene rationale Exponenten

Einfache Potenzgleichungen

Gleichungen, die auf die Form $x^n = a$ zurückgeführt werden können

Potenz- und Wurzelfunktionen

Typische Repräsentanten: $x \rightarrow x^k$, $k = 2, 3, 4, -1, -2, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$
Symmetrieeigenschaften der Graphen; Kurvenverläufe für verschiedene Exponenten
Verschieben, Strecken und Stauchen des Graphen in Richtung der y - Achse

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Weitere Lösungsmethoden im Zusammenhang mit quadratischen Gleichungen

Linearfaktoren, Satz von VIETA
Biquadratische Gleichungen (Idee der Substitution)

Komplexe Terme und Gleichungen (auch mittels PC oder GTR, Möglichkeit zur Einführung von CAS)

Vertiefung algebraischer Techniken (möglichst im Zusammenhang realitätsbezogener Anwendungen) durch konsequentes Wiederaufgreifen, Vertiefen und Vernetzen bekannter Inhalte und Techniken
Bruch- und Wurzelterme bzw. -gleichungen: Aufbau und Umformung komplexer Terme und Lösung entsprechender Gleichungen

Numerische Algorithmen

Iterative Verfahren zur Wurzelbestimmung (Intervallhalbierung), Einsatz von PC oder TR

Terme und Gleichungen von Wurzeln

Verständiger Umgang mit Bruchtermen, Rationalmachen des Nenners, Wurzelgleichungen

Querverweise:

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

9G.2

Geometrie / Funktionen

Std.: 40

Leitideen: (L3) Raum und Form, (L4) Funktionaler Zusammenhang,
(L2) Messen**Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**

Körper

Darstellung von Körpern

Schrägbild, Ansichten (Grund-, Auf- und Seitenriss),
Symmetrien
Schulung räumlicher Anschauung und DarstellungOberflächeninhalt und Volumen von Pyramide,
Kegel, KugelHerleitung und Begründung der Formeln (angemessene
Auswahl treffen, Wiederaufgreifen des Satzes des Pythagoras)
Satz von Cavalieri, anschauliche Begründung**Trigonometrie** $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$ als LängenverhältnisseDarstellung im rechtwinkligen Dreieck, Einheitskreis
(Winkel von 0° bis 360°), geometrische Bestimmung von
 $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$,
trigonometrische Beziehungen: $\cos(\alpha) = \sin(90^\circ - \alpha)$,
 $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$; $\tan(\alpha) = \sin(\alpha) / \cos(\alpha)$

Sinus- und Kosinusfunktion

Definition über den Einheitskreis bzw. über die senkrechte
Projektion einer Kreisbewegung
Eigenschaften: Symmetrie, Periodizität
Beispiele periodischer Zusammenhänge (z. B. Modelle
einfacher zyklischer Prozesse aus den Natur-, Wirtschafts-
oder Sozialwissenschaften)
Wiederaufgreifen der Grundidee des Umkehrens einer
Funktion, sinnvoller Gebrauch des TaschenrechnersBerechnungen in Dreiecken, Vielecken und
räumlichen FigurenAnwendungen aus Technik, Physik und ebener und
räumlicher Geometrie
Steigungswinkel einer Geraden
Sinus- und Kosinussatz
Wiederaufnahme der Kongruenzsätze, Vernetzen
geometrischer und algebraischer Denk- und Sichtweisen**Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**Berechnungen am Kegel- und Pyramidenstumpf
sowie am Kugelabschnitt
Zusammengesetzte KörperWiederaufgreifen der Strahlensätze
Zurückführung auf bekannte Berechnungen
Platonische und Archimedische Körper
Experimentelles und heuristisches Arbeiten (Schüttversuche,
Modelle, Näherungsverfahren)

Perspektiven

Perspektiven in Kunst und Technik

Vertiefungen im Hinblick auf die Berechnung
realitätsbezogener Zusammenhänge oder
Aspekte der TechnikgeschichteVermessungsprobleme, Triangulation, Landvermessung
in der Geschichte (z. B. Trassen von Wasserleitungen)Bestimmung von $\sin(\alpha)$ und $\cos(\alpha)$ Additionssätze: $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$

9G.3

Stochastik

Std.: 16

Leitideen: (L5) Daten und Zufall

Verbindliche Unterrichtsinhalte/Aufgaben:**Mehrstufige Zufallsversuche**

Mehrstufige Zufallsversuche

Wiederaufgreifen von Wissen über die Beschreibung mehrstufiger Zufallsversuche: Baumdiagramm, relative Häufigkeiten als Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten, Pfadmultiplikationsregel, Additionsregel

Abzählstrategien

Permutationen, Fakultät

Fakultative Unterrichtsinhalte/Aufgaben:

Bernoulli-Ketten

Beispiele und Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei Bernoulli-Ketten
GALTON-Brett
Computer-simulierte Zufallsexperimente

Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler/Hinweise und Erläuterungen:

Die Inhalte sollen unter dem Aspekt stochastischer Modellbildung bei speziellen Anwendungen erarbeitet werden. Dazu werden insbesondere bisher erarbeitete Kenntnisse in neuen komplexen Zusammenhängen angewendet und vertieft. Akzentuiert wird der Aspekt des induktiven Arbeitens in der Stochastik: Entwickeln, Darstellen und Vertiefen stochastischer Modelle.

Querverweise:**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

2 Anschlussprofil von der Jahrgangsstufe 9G in die gymnasiale Oberstufe

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe sind die in der Sekundarstufe I erworbenen Qualifikationen und Kenntnisse. Diese sollten für einen kontinuierlich aufeinander aufbauenden Unterricht als mathematische Werkzeuge zur Verfügung stehen oder - falls notwendig - durch eine in den laufenden Unterricht integrierte, dennoch weitgehend selbstständige Wiederholung wieder verfügbar gemacht werden können.

Hierdurch werden keine Aussagen darüber getroffen, in welcher Weise diese Inhalte im Unterricht der Sekundarstufe I erarbeitet werden.

Zahlbereiche/Algebra/Funktionen

Zahlbereiche IN, Z, Q, IR	Sichere Beherrschung der Grundrechenarten (mit Bruchzahlen und Dezimalzahlen) Betrags- und Größenvergleich Teilbarkeit, Primzahlen, Primfaktorzerlegung
Proportionale und antiproportionale Funktionen	Funktionsgleichung Definitionsbereich, Wertebereich, Graph einer proportionalen und antiproportionalen Funktion Quotienten- und Produktgleichheit
Prozentrechnung Zinsrechnung	Grundaufgaben der Prozent- und Zinsrechnung Vermehrter bzw. verminderter Grundwert Anwendungen der Prozent- und Zinsrechnung z. B. in Naturwissenschaften und Wirtschaft
Termumformungen	Distributivgesetz Kürzen und Erweitern Binomische Formeln
Lineare Funktionen und lineare Gleichungen	Steigung, Steigungsdreieck und y-Achsenabschnitt Gerade (Strecke) als Graph einer linearen Funktion Parallelität und Orthogonalität von Geraden Äquivalenzumformungen zur Lösung einer linearen Gleichung
Lineare 2x2-Gleichungssysteme	Graphische Verfahren, Gleichsetzungs-, Einsetzungs-, Additionsverfahren zur Lösung eines linearen 2x2-Gleichungssystems
Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen	Wertetabelle und Graph einer quadratischen Funktion Geometrische Abbildungen bei quadratischen Funktionen (Verschiebung parallel zur x-Achse und parallel zur y-Achse, Spiegelung an der x-Achse, Streckung parallel zur y-Achse) Scheitelpunktbestimmung bei einer quadratischen Funktion Lösung einer quadratischen Gleichung mittels quadratischer Ergänzung oder mittels der p-q-Formel
Potenzen, Potenzgesetze Potenzfunktionen	Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen und rationalen Exponenten, insbesondere mit positiven und negativen Stammbrüchen als Exponenten Quadratwurzel und Quadratwurzelgesetze, Potenzschreibweise für Wurzeln Graph und Eigenschaften der Funktion $f: x \rightarrow x^n$, mit $n \in \mathbb{Z}$
Trigonometrische Funktionen	Beschreibung und graphische Darstellung von Sinus- und Kosinusfunktion, Periodizität, Symmetrie

Geometrie

Vertrautheit mit den Grundbegriffen der Geometrie: Punkt, Gerade, Strecke, Ebene, ebene Figur, räumliche Figur, Länge, Flächeninhalt, Volumen, Winkel

Strategien zur Lösung von Textaufgaben

Voraussetzung, Behauptung, Beweis eines mathematischen Lehrsatzes kennen

Kongruenzabbildungen	Verschiebung, Achsenspiegelung, Drehung
Symmetrie	Achsensymmetrische und punktsymmetrische Figuren, insbesondere Dreiecke und Vierecke
Winkelsätze	Einfache Winkelsätze (Nebenwinkelsatz, Scheitelwinkelsatz, Stufenwinkelsatz, Wechselwinkelsatz, Winkelsummensatz im Dreieck und Viereck) Satz von Thales
Flächeninhalte	Berechnung des Flächeninhalts von Rechteck, Parallelogramm, Trapez, Dreieck und von zusammengesetzten Figuren
Kongruenzsätze für Dreiecke	Grundkonstruktionen Konstruktion (Konstruktionsbeschreibung) von Dreiecken als Anwendung der Kongruenzsätze Anwendungen z. B. in der Landvermessung
Transversalen im Dreieck	Mittelsenkrechte, Höhe, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende (Schwerpunkt), Umkreis und Inkreis eines Dreiecks
Satzgruppe des Pythagoras	Satz des Pythagoras mit Umkehrung und Anwendungen, Kenntnis des Höhensatz und des Kathetensatzes
Ähnlichkeitsgeometrie	Strahlensätze, ähnliche Figuren
Kreis und Kreisteile	Experimentelle Bestimmung eines Näherungswertes von π Flächeninhalt und Umfang von Kreis und Kreisteilen
Trigonometrie	Sinus, Kosinus, Tangens am rechtwinkligen Dreieck und am Einheitskreis Sinussatz, Kosinussatz Dreiecksberechnungen und Anwendungen
Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern	Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel

Stochastik

Beschreibende Statistik	Statistische Daten erheben und auswerten; absolute Häufigkeit; relative Häufigkeit Streifen- und Säulendiagramme Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Zentralwert)
Wahrscheinlichkeitsrechnung	Einstufige und mehrstufige Zufallsversuche Ergebnis und Ereignis Laplace-Wahrscheinlichkeit von Ereignissen Wahrscheinlichkeitsbäume

**Taschenrechner und
Tabellenkalkulation**

Sinnvoller Umgang mit dem Taschenrechner und der Tabellenkalkulation bei Anwendungsaufgaben Sicherheit bei der Angabe von Lösungen, die der Problemstellung angemessen sind

Der Unterricht in der Sekundarstufe II

3 Struktur des Mathematikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe Sachgebiete und ihre Zuordnung

Im Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe geben die **Sachgebiete** Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik die Strukturierung für die Kurse vor. Die Zuordnung dieser drei Sachgebiete zur Einführungsphase und zu den Halbjahren von Q1 bis Q4 erfolgt aufgrund inhaltlicher Zusammenhänge und sichert Kontinuität und Sequentialität des Lernprozesses.

Kurshalbjahr	Sachgebiete
E1	Analysis I
E2	Analysis I
Q1	Analysis II Grundkurs Leistungskurs
Q2	Lineare Algebra / Analytische Geometrie Grundkurs Leistungskurs
Q3	Stochastik Grundkurs Leistungskurs
Q4	Kursthemen Grundkurs Leistungskurs

Die Sachgebiete werden

- durch didaktisch-methodische Überlegungen erläutert.
Die didaktisch-methodischen Überlegungen nehmen die allgemeinen didaktischen und methodischen Grundsätze aus Teil A auf und konkretisieren sie hinsichtlich des jeweiligen Sachgebietes. Sie erläutern
 - die Stellung des Sachgebietes innerhalb der Sequentialität und Kontinuität der Kursabfolge,
 - die Lernrelevanz des Sachgebietes für die Schülerinnen und Schüler,
 - besondere methodische Erfordernisse und geben Hinweise auf fachübergreifende Zusammenhänge.
- durch **Unterrichtsinhalte** und diesen zugeordnete Stichworte inhaltlich konkretisiert,
- durch **fachübergreifende und fächerverbindende Hinweise** ergänzt, die Möglichkeiten der Kooperation und Koordination mit anderen Fächern zeigen.

4 Verbindliche Vorgaben

Verbindlich

- sind die drei Sachgebiete und ihre Zuordnung zu den Kurshalbjahren (E1 bis Q1),
- die Sachgebiete Q2 und Q3 können in ihrer Reihenfolge auf Beschluss der Fachkonferenz ausgetauscht werden,
- sind die Unterrichtsinhalte mit den diesen zugeordneten Stichworten, wobei nicht alle Stichworte in gleicher Intensität behandelt werden können. Die Erschließung des jeweiligen Unterrichtsinhaltes soll deshalb durch Schwerpunktsetzungen erfolgen, die durch didaktische und methodische Planungen bestimmt werden,

- sind die Stichworte der Unterrichtsinhalte.

Über die Reihenfolge der Unterrichtsinhalte und der Stichworte kann von der Fachlehrerin oder dem Fachlehrer entschieden werden.

Die fachübergreifenden und fächerverbindenden Hinweise haben Anregungscharakter.

Der vorliegende Lehrplan basiert auf dem Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 1.12.1989 in der Fassung vom 24. Mai 2002 über die „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung ‘Mathematik’“ mit ihren Konkretisierungen und ist somit die Umsetzung dieses KMK-Beschlusses in Landesrecht.

5 Die Sachgebiete und ihre Abfolge in der Einführungsphase und der Qualifikationsphase

Voraussetzung und Grundlage für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe sind die in der Sekundarstufe I erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten. Der vorliegende Lehrplan enthält im Anschluss an den Teil B zum Unterricht in der Sekundarstufe 1 eine Übersicht der mathematischen Inhalte, die nach Beendigung der Jahrgangsstufe 9G für einen kontinuierlich aufeinander aufbauenden Unterricht als Werkzeuge zur Verfügung stehen sollen (Anschlussprofil).

Hierdurch werden keine Aussagen darüber getroffen, in welcher Weise diese im Unterricht der Sekundarstufe I erarbeitet werden.

5.1 Die Einführungsphase (E1 und E2): Analysis I

Didaktisch-methodische Überlegungen

In der Sekundarstufe I wird durch die Betrachtung linearer und quadratischer Funktionen sowie elementarer Potenz- und trigonometrischer Funktionen der Funktionsbegriff eingeführt. Die Behandlung der Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie der ganzrationalen Funktionen kommt nun dazu, außerdem wird das Funktionskonzept um den Begriff der Umkehrfunktion erweitert.

Der Funktionsbegriff ist zentral für den Mathematikunterricht bis zum Abitur und wird insbesondere als Einstieg in das Jahresthema Analysis I wieder aufgegriffen und vertieft. Dazu sollen charakteristische Funktionseigenschaften an wichtigen Beispielen aus den genannten Funktionsklassen herausgearbeitet und vor allem unter dem Modellbildungsaspekt mathematischer Funktionen im Zusammenhang mit typischen Anwendungen behandelt werden.

Für die Analysis ist der Begriff der Ableitung fundamental. Er soll durch den Aufbau algebraischer und geometrischer Grundvorstellungen sowie unter Berücksichtigung des Anwendungs- und Modellbildungsaspektes erarbeitet werden: Ableitung als (lokale) Änderungsrate einer Funktion, Ableitung als Steigung der Tangente an einen Funktionsgraphen sowie in außermathematischen Zusammenhängen, wie z. B. Ableitung einer Weg-Zeit-Funktion als Momentangeschwindigkeit in der Physik, Ableitung einer zeitlich veränderlichen Bestandsgröße als Wachstums- oder Zerfallsgeschwindigkeit des betrachteten Prozesses, Ableitung der Einkommensteuerfunktion als Grenzsteuersatz. Dabei ist für die Schülerinnen und Schüler die Betrachtung von Grenzprozessen ungewohnt und von besonderer didaktischer Bedeutung. Diese neue infinitesimale Sichtweise der Mathematik ist das Kernstück der Analysis.

Zur Einführung des Grenzwertbegriffs eignen sich viele aus der Sekundarstufe I bekannte Probleme, etwa die Einschachtelung von Quadratwurzeln oder die näherungsweise Bestimmung von π durch theoretische Methoden. Im Zusammenhang mit der Entwicklung von Verständnis für infinitesimale Zugänge sollten kultur- und wissenschaftshistorische Bezüge hergestellt werden.

Während eine mehr anschauliche Einführung des Differentialquotienten für einen späteren Grundkurs genügt, ist im Hinblick auf einen Leistungskurs eine vertiefte Betrachtungsweise und stärkere Formalisierung des Grenzwertbegriffs erforderlich. Die Einführung des Stetigkeitsbegriffes soll nur als Vertiefung angestrebt werden. Grenzwerte zusammengesetzter Terme sind erst zur Vorbereitung der Ableitungsregeln zu untersuchen.

Als Anwendung des Ableitungskalküls kommt der Untersuchung und Beschreibung funktionaler Zusammenhänge eine wichtige Rolle zu. Begriffe wie Maximum, Minimum, Zunahme oder Abnahme sind

zentral für das Verständnis vieler Anwendungssituationen. Dabei sollen, um die Überforderung der Schülerinnen und Schüler zu vermeiden, inner- und außermathematische Bezüge im angemessenen Verhältnis stehen und die Komplexität der verwendeten Funktionen überschaubar bleiben.

Es ist jedoch in jedem Fall zu beachten, dass ein reines Kalkültraining im Bereich ganzrationaler Funktionen den Intentionen des Kurses nicht gerecht wird.

Wegen der von Jahr zu Jahr unterschiedlichen Länge der Schulhalbjahre können die Fachkonferenzen den zeitlichen Notwendigkeiten angemessene Verschiebungen bestimmter Kursanteile festlegen. So sind insbesondere begrenzte und didaktisch vertretbare Umschichtungen zwischen den Halbjahren E2 und Q1 möglich (z. B. kann die Erarbeitung weitergehender Themen der Differentialrechnung aus der Q1 vorgezogen werden). Die verbindlichen Inhalte des Gesamtcurriculums für den Bereich der Analysis (E1 bis Q1) dürfen dabei nicht gekürzt und Voraussetzungen für die Abiturprüfung nicht beschnitten werden.

Die didaktischen und methodischen Möglichkeiten neuer Medien und moderner schulrelevanter Rechner bzw. mathematischer Software sollen in ausgewählten Unterrichtszusammenhängen genutzt werden. Dabei können grafikfähige Taschenrechner, Taschencomputer und mathematische Software genutzt werden als

- Mittel zur Veranschaulichung und Visualisierung funktionaler Zusammenhänge (z. B. bei bestimmten Funktionsuntersuchungen) und algebraisch akzentuierter Begriffsbildungen (z. B. Grenzwertbegriff, Zugang zur linearen Approximation über die Idee des „Funktionenmikroskopes“). Auch die meist vorhandenen Tabellierungsfunktionen der Systeme können ergänzend verwendet werden,
- Rechenhilfsmittel, um einerseits den Kalkülaufwand bei Begriffserarbeitungen oder Herleitungen zu bewältigen und andererseits eine übertriebene Kalkülorientierung zu vermeiden (z. B. Ableitungsbegriff, Erarbeitung der Ableitungsregeln),
- Medium zur Unterstützung experimentellen und heuristischen Arbeitens (z. B. Untersuchung spezieller Grenzwerte, Entdeckung höherer Ableitungsregeln),
- mathematische Werkzeuge, die Zugänge zu realitätsbezogenen Anwendungen erleichtern und Modellbildungsprozesse erst mit vertretbarem Aufwand ermöglichen (z. B. Untersuchung von Steuertarifen).

Darüber hinaus können die in den meisten Schulen oder auch privat vorhandenen Internetzugänge genutzt werden, um zu bestimmten mathematischen Themen zu recherchieren (z. B. zur Geschichte der Analysis) oder auch um Informationen für die Bearbeitung spezieller Anwendungen zu erhalten (z. B. soziografische Entwicklungen).

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Physik	Der Begriff der Ableitung zur Festlegung und als Bindeglied zwischen physikalischen Begriffen: Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung; Energie und Leistung; Ladung und Stromstärke; Temperatur und Temperaturgefälle; Winkel und Winkelgeschwindigkeit; Wärmehalt und spezifische Wärme
Biologie, Chemie (Medizin)	Ableitungsbegriff zur Mathematisierung von Prozessen: Geschwindigkeit und Beschleunigung bei Wachstums- und Zerfallsprozessen; Reaktionsgeschwindigkeit; Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Epidemie,
Physik, Technik	Brückenbau, Trassierung von Straßen und Gleisen, technische Kinematik, Verkehrsdurchsatz; Extremalprobleme bei Konstruktionen
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Steuertarife (Steuer und Grenzsteuersatz), Kostenfunktionen, Grenzkosten, Optimierungsprobleme in der Wirtschaft; Inflationsrate, Scheidungsrate, soziografische Entwicklungen; Politikersprache („Rückgang des Anstiegs der Arbeitslosenzahlen“)

E1/E2

Analysis I

Unterrichtsinhalte:

Funktionsbegriff und Betrachtung elementarer Funktionsklassen aus der Sekundarstufe I

Exponentialfunktionen: $x \rightarrow a \cdot b^{(x-d)} + e$

Logarithmen

Logarithmusfunktionen $x \rightarrow a \cdot \log_{10}(x-d) + e$

Modellierung von Wachstums- und Prozessmodellen

Allgemeine Sinusfunktion
 $x \rightarrow a \cdot \sin(b \cdot x + c) + e$

Grenzwerte

Einführung des Ableitungsbegriffes

Ableitung einer Funktion an einer Stelle
Ableitungsfunktion

Stichworte:

Definitionsmenge, Wertemenge, Funktionsterm, -gleichung, -graf, Symmetrie, Wertetabelle
Umkehrfunktion

Zugang über realitätsbezogene Beispiele: Wachstums- und Zerfallsprozesse, Verzinsung
Verdopplungs- und Halbierungszeiten als Parameter
Grafen für $b = 2, \frac{1}{2}, 10$ und Eigenschaften, Vergleich mit linearen, quadratischen und kubischen Funktionen

Logarithmieren neben dem Radizieren als zweite Möglichkeit der Umkehrung des Potenzierens, Logarithmengesetze
 $\log_b(a) = \log_{10}(a) / \log_{10}(b)$, verständiger Gebrauch des Taschenrechners

Wiederaufgreifen des Begriffs der Umkehrfunktion, Umkehrung der Exponentialfunktion 10^x , Eigenschaften der Logarithmusfunktion

Modellierung von Prozessen aus den Natur-, Sozial- oder Wirtschaftswissenschaften anhand gegebenen Datenmaterials z. B. aus naturwissenschaftlichen oder demoskopischen Untersuchungen, mittels Exponential- oder anderer bekannter Funktionen, auch durch Nutzung von Rechnern, exemplarischer Vergleich verschiedener Modelle und Beurteilung ihrer Grenzen

Bogenmaß
Strecken/Stauchen und Verschieben des Grafen der Sinusfunktion, PC-Einsatz

Wurzeln als Grenzwerte von Intervallschachtelungen, Irrationalität
Näherungsweise Bestimmung von π durch infinitesimale Methoden
Asymptotisches Verhalten bei Funktionen

Änderungsrate einer Funktion; Steigung eines Grafen
Differenzenquotient
Grenzwert des Differenzenquotienten (anschaulicher Zugang genügt)
Bestimmung durch algebraische Vereinfachung des Quotienten
Infinitesimale Sichtweise

Berechnung von Ableitungen elementarer Funktionen:
 $f(x) = x^n, n \in \mathbb{Z}, f(x) = \sqrt{x}, f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$
Verknüpfen geometrischer und algebraischer Sichtweisen
Ableitungsfunktionen, höhere Ableitungsfunktionen

Typische Ableitungskalküle	Summen- und Faktorregel
Funktionsuntersuchung mit Hilfe des Ableitungskalküls	Symmetrie; Monotonie- und Krümmungsverhalten; relative und absolute Extrempunkte, Wendepunkte (jeweils notwendige und hinreichende Kriterien) vollständige Kurvendiskussion bei ganzrationalen Funktionen (schwerpunktmäßig), aber auch Beispiele aus anderen Funktionsklassen und Funktionenscharen
Anwendungen des Ableitungskalküls	Extremalprobleme (auch Lösung mit den Methoden der Sekundarstufe I), Bestimmung von Funktionen mit vorgegebenen Eigenschaften, Linearisierung von Funktionen

<p>Querverweise:</p> <p>18. Jahrhundert: G, Phil, D, Mu, Phy</p> <p>Renaissance, Reformation, Aufklärung: G, Phil, L, GrA, D, Mu, Phy, Rka</p> <p>Ökonomie vs. Ökologie?: D, E, Spa, Ita, L, PoWi, Ek, Rev, Phil, Spo</p> <p>Mathematische Konzepte: Phy</p> <p>Programmierung – Simulation: Inf, Ch, Phy, PoWi</p>	<p>Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):</p> <p>Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung Kulturelle Praxis</p>
---	---

- 5.2 Die Qualifikationsphase (Q1 bis Q4) - Analysis II**
- **Lineare Algebra/Analytische Geometrie**
 - **Stochastik**
 - **Kursthemen zu den drei Sachgebieten**

5.2.1 Q1 Analysis II
Didaktisch-methodische Überlegungen

Die Berechnung des Inhalts einer Fläche, die von einer Kurve begrenzt wird, erfordert eine Erweiterung der Methode der Flächenberechnung. Der Gedanke, Flächeninhalte mittels geeigneter Approximation zu berechnen, führt wiederum zu einer infinitesimalen Methode. Damit werden Bezüge zum vorangegangenen Unterricht der Einführungsphase hergestellt.

Als Zugang zur Analysis II ist die Einführung in die Integralrechnung vorgesehen. Die gegenüber der Sekundarstufe I verallgemeinerte Flächeninhaltsberechnung erfolgt zunächst über die Betrachtung von Ober- und Untersummen und wird auf die Frage nach der Existenz eines gemeinsamen Grenzwertes zurückgeführt. Durch den Einsatz geeigneter Rechner kann gerade hier der Kalkülaufwand erheblich reduziert und die Konzentration der Schülerinnen und Schüler auf das Verständnis begrifflicher Zusammenhänge gelenkt werden. An geeigneten Anwendungsbeispielen soll der Zusammenhang zwischen Flächeninhaltsbestimmung und der Berechnung verallgemeinerter Größenprodukte aufgezeigt werden. Dabei ist die Grundvorstellung dieses infinitesimalen Summationsprozesses durch die Behandlung geeigneter Anwendungsbeispiele (z. B. physikalische Arbeit, Gesamtwachstum einer Größe, Voluminabestimmung) hinreichend zu verankern.

Mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung wird eine Verbindung zwischen den Operationen Differenzieren und Integrieren hergestellt. Der Begriff der Stetigkeit soll im Leistungskurs zum vertieften Verständnis dieses zentralen Lehrsatzes beitragen. Im Grundkurs wird man sich auf eine eher anschauliche Herleitung und die Herausarbeitung seines Nutzens für die Ermittlung bestimmter Integrale beschränken.

Neben der Einführung der Integralrechnung umfasst der Kurs Analysis II die Weiterführung der Differentialrechnung. Dabei geht es um die weitergehende und vertiefende Untersuchung komplexerer Funktionen unter Einbeziehung transzendenter, trigonometrischer und rationaler Funktionen und auch Funktionenscharen. Dazu wird die Erarbeitung eines angemessenen Kalkülvorrates als Fortführung des Jahresthemas Analysis I abgeschlossen. Während man sich im Grundkurs auf die Produktregel und die Kettenregel (lineare Verkettung) beschränkt, müssen im Leistungskurs die Quotientenregel und die allgemeine Form der Kettenregel behandelt werden.

Die notwendige Verzahnung der Differential- und Integralrechnung wird deutlich, wenn die partielle Integration im Zusammenhang mit der Produktregel und die Integration durch Substitution im Zusammenhang mit der Kettenregel eingeführt und betrachtet werden, wobei eine Beschränkung auf die lineare Verkettung ausreicht. Weitere Verbindungen von Differential- und Integralrechnung kann die Behandlung von Differentialgleichungen im Zusammenhang mit der Mathematisierung von Problemstellungen aus verschiedensten Anwendungsbereichen bieten.

Hier ist die Durchführung von Schülerprojekten zu ausgewählten Sachthemen möglich, mit denen Bezüge zu anderen Fachgebieten aufgezeigt werden können.

Insgesamt bietet der Kurs vielfältige Möglichkeiten zum Aufgreifen von Realitätsbezügen und zur Modellierung. Dies gilt insbesondere für Mathematisierungen mittels transzendenter Funktionen, die einen wichtigen Unterrichtsgegenstand im Kurs darstellen. Während Exponential- und Logarithmusfunktionen vor allem Wachstums- und Zerfallsprozesse in vielfältigen Zusammenhängen beschreiben, stehen trigonometrische Funktionen hauptsächlich im physikalischen und technischen Kontext.

Möglichkeiten der Approximation funktionaler Zusammenhänge als wichtiges Anwendungsfeld sollen vor allem im Leistungskurs behandelt werden. Zur Gewinnung passender Funktionsterme können einerseits typische Verfahren der Analysis leicht bereitgestellt werden, andererseits aber auch mathematische Verfahren verwendet werden, bei denen aus konkreten empirischen Daten Näherungsfunktionen gewonnen werden. Für den Unterricht bietet sich die Behandlung der Regressionsrechnung an, weil diese theoretisch leicht erarbeitet werden kann und moderne Rechner durchgängig unterschiedliche Regressionsmodelle bereitstellen (z. B. linear, quadratisch, exponentiell). Gerade hier gibt es eine Fülle realitätsbezogener Materialien, die sich methodisch besonders für von den Schülerinnen und Schülern selbstgesteuerte Unterrichtssequenzen, für Gruppenarbeit und für Projektaufträge eignen.

Sowohl im Grund- als auch im Leistungskurs ist auf die Einhaltung einer Balance zwischen Anwendungsorientierung und der theoretisch abgesicherten Erarbeitung der dazu notwendigen mathematischen Voraussetzungen zu achten.

Die didaktischen und methodischen Möglichkeiten neuer Medien und moderner schulrelevanter Rechner bzw. mathematischer Software können auch hier, ähnlich wie für die Einführungsphase beschrieben, in ausgewählten Unterrichtszusammenhängen genutzt werden.

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Fächer des mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Aufgabenfeldes	Integral als mathematische Grundlage des Arbeits- und Energiebegriffs; Integral als Gesamtwuchs; Volumina-Bestimmung; Mathematisierung von Schwingungs-, Wellen-, Zerfalls-, Lade-, Entlade- und Alterungsvorgängen
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Gewinnung und Untersuchung funktionaler Zusammenhänge zur Beschreibung gegebener Daten; Untersuchung von Entwicklungen bei Populationen; Mittelwertbildung bei stetigen Wachstumsvorgängen; Mathematisierung von Wirtschaftskreisläufen
Biologie (Medizin)	Abbau von Medikamenten und Schadstoffen im Körper; Herzleistungsmessung

Q1 GK

Analysis II

Unterrichtsinhalte:

Einführung in die Integralrechnung

Erweiterung und Verknüpfung der Differential- und Integralrechnung

Anwendung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung

Stichworte:

Berechnung von Flächeninhalten durch Approximation und Grenzprozesse, Definition des bestimmten Integrals, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen

Eigenschaften und Anwendung des bestimmten Integrals (Summen- und Faktorregel)

Begriff der Stammfunktion und unbestimmtes Integral

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Stammfunktionsintegrale, Flächeninhaltsberechnung

Untersuchung komplexerer Funktionen, dazu Erarbeitung und Anwendung der Produkt- und Kettenregel (lineare Verkettung)

Lineare Substitution als weiterführende Integrationsmethode
Herausarbeitung des Zusammenhanges zur Kettenregel

Verständiger Umgang mit den erarbeiteten Kalkülen der Analysis in bekannten Funktionsklassen: ganzrationale Funktionen, einfache rationale Funktionen, Exponential- und einfache Trigonometrische Funktionen

Funktionsuntersuchungen
Extremalprobleme
Volumenintegral (Rotation um die x-Achse)

Querverweise:

Wirtschaftsprozesse: PoWi, G, Ek, E, F (GK/Profil E)

Integralbegriff: Phy

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung
Kulturelle Praxis

Q1 LK

Analysis II

Unterrichtsinhalte:

Einführung in die Integralrechnung

Erweiterung und Verknüpfung der Differential- und Integralrechnung

Anwendung und Vertiefung der Differential- und Integralrechnung

Stichworte:

Berechnung von Flächeninhalten durch Approximation und Grenzprozesse, Definition des bestimmten Integrals als Grenzwert von Ober- und Untersumme, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen, Analyse des Integralbegriffs (Bedeutung der Beschränktheit und Stetigkeit von Funktionen)

Eigenschaften und Anwendung des bestimmten Integrals (Summen- und Faktorregel)

Begriff der Stammfunktion und unbestimmtes Integral

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und Stammfunktionsintegrale

Numerische Integration

Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel, Ableitung von Umkehrfunktionen

Verständiger Umgang mit den erarbeiteten Kalkülen der Analysis in bekannten Funktionsklassen: ganzrationale Funktionen, einfache rationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, trigonometrische Funktionen

Mathematisierung von Wachstums- und Zerfallsprozessen

Partielle Integration, Integration durch lineare Substitution, Zusammenhang zur Produkt- und Kettenregel, uneigentliche Integrale

Extremalprobleme (auch mit Integration)
Volumenintegral
Integralbegriff in Anwendungszusammenhängen
Approximation von Funktionen: Asymptotisches Verhalten, Approximation durch Polynome, Ausgleichskurven als mathematische Modelle für gegebene Daten

Querverweise:

Wirtschaftsprozesse: PoWi, G, Ek, E, F (GK/Profil E)
Integralbegriff: Phy

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung
Kulturelle Praxis

5.2.2 Q2 Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Didaktisch-methodische Überlegungen

In dem Kurs Lineare Algebra/Analytische Geometrie werden zwei Grundvorstellungen des Mathematikunterrichts miteinander in Verbindung gebracht. Es kann hier eine starke Anwendungsrelevanz gezeigt, andererseits können daraus theoretische Konzepte und Anfänge einer mathematischen Theorie entwickelt werden.

Von diesen Basisvorstellungen ausgehend kann damit begonnen werden, einfache Objekte des dreidimensionalen Anschauungsraums mit Hilfe von Vektoren zu beschreiben und zu untersuchen. Bei diesem Einstieg, in dem die Geometrie im Vordergrund steht, soll auch das räumliche Vorstellungsvermögen durch die Betrachtung von Modellen und durch zeichnerische Darstellungen von räumlichen Gebilden gefördert werden.

Mit Hilfe von Vektoren werden Geraden und Ebenen dargestellt und geometrische Fragestellungen erklärt und beschrieben, sodass schließlich strukturelle Sachverhalte entwickelt werden können. Als notwendiges Handwerkszeug ist ein tragfähiges, systematisches Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme unerlässlich. Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, wie z. B. das Gauß-Verfahren, lassen eine Computerunterstützung angezeigt erscheinen.

Neben Anwendungen in der Geometrie sollen die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass die hier entwickelten Begriffe, Konzepte und Verfahren auch in anderen Gebieten grundlegend und bedeutungsvoll sind. Nur im Leistungskurs wird mehr Wert auf Begrifflichkeit und Systematik gelegt.

Neben geometrischen Fragestellungen eignet sich auch die Diskussion zahlreicher Anwendungen zum Einstieg in das Kursthema, die allesamt auf lineare Gleichungssysteme führen. Hier, bei größeren linearen Gleichungssystemen, sollte dann die Behandlung eines systematischen Lösungsverfahrens breiten Raum einnehmen. Aber auch bei diesem Weg ist eine geometrische Interpretation von Lösungsmengen der linearen Gleichungssysteme zu empfehlen. Durch sie können strukturelle Aspekte verdeutlicht und herausgearbeitet werden. Im Leistungskurs können durch die Matrix-Vektor-Schreibweise Matrizen eingeführt und möglicherweise Matrizenaddition oder Matrizenmultiplikation motiviert werden.

Eine umfangreichere Behandlung des Matrizenkalküls kann sich vor allem in Leistungskursen ergeben, wenn Matrizen mit linearen oder affinen Abbildungen in Zusammenhang gebracht werden. Hieraus öffnen sich viele Querverbindungen z. B. zu iterierten Funktionensystemen der fraktalen Geometrie oder zur Stochastik. Matrizen werden in zahlreichen Berufsfeldern und angewandten Wissenschaften zur Modellierung von Sachproblemen genutzt. Deshalb sollte der Anwendungsbezug nicht nur auf innermathematische Fragestellungen beschränkt bleiben. Beispiele für Anwendungsfelder, die für Modellbildungen geeignet sind: Input-Output-Analyse, Beschreibung von Prozessen durch Übergangsmatrizen (Warteschlangen, Maschinenkontrolle, Irrfahrtmodelle usw.). Hierbei können auch Simulationsprogramme eingesetzt werden.

In den Unterrichtsinhalten soll es nicht um die Deduktion mathematischer Theorien gehen. Die Begriffe und mathematischen Sätze werden als Werkzeuge verstanden, deren Bedeutung mehr in der Nützlichkeit liegt, geometrische Fragestellungen oder Problemstellungen aus anderen Gebieten zu beschreiben, zu erklären und zu lösen. So sollten auch im Leistungskurs exakte Beweise nur exemplarisch durchgeführt werden.

Die Arbeit mit Tabellen, Formelsammlungen, Materialien aus Anwendungsbezügen, Zeitschriften usw. und der Einsatz von Medien erweitern die Möglichkeit der Selbstständigkeit und der Teamarbeit und bieten Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Physik	Vektorrechnung, Skalarprodukt, Vektorprodukt
Physik, Politik und Wirtschaft	Lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang mit Verkehrsleitsystemen
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Matrizenrechnung bei Produktionsabläufen, Skalarprodukt beim Rechnen mit Listen, usw.

Kunst (Architektur)	Räumliche Gebilde, Dach- und Fassadenflächen, Längen von Begrenzungslinien, Winkel zwischen Gebäudekanten usw.
Erdkunde	Abstandsbestimmungen in der Kartographie (z. B. unter Berücksichtigung von Höhenlinien)
Biologie	Matrizenrechnung bei Populationsentwicklungen

Q2 GK

Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Unterrichtsinhalte:

Analytische Geometrie

Lineare Gleichungssysteme

Stichworte:

Vektoren

Geraden und Ebenen (Parameter- und Koordinatendarstellung)

Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum

Zur Vertiefung können Geradenscharen, Ebenenscharen betrachtet werden.

Skalarprodukt

Länge eines Vektors

Winkel zwischen zwei Vektoren, Orthogonalität

Normalenform der Ebene

Abstandsbestimmungen (außer Abstandsbestimmungen bei windschiefen Geraden)

Schnittwinkel von Geraden und Ebenen im Raum

Anwendungen des Skalarproduktes

Anwendungen linearer Gleichungssysteme

Systematisches Lösungsverfahren, Struktur und geometrische Interpretation der Lösungsmenge

Querverweise:**Datenbanken:** Inf, PoWi, G, Ek, Ch**Vektoren:** Phy**Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):**

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und Medienerziehung

5.2.3 Q3 Stochastik

Didaktisch-methodische Überlegungen

Im Rahmen dieses Kurses werden die Schülerinnen und Schüler mit den Denkweisen und Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie und der beschreibenden und beurteilenden Statistik vertraut. Sie erfahren Mathematik als stark anwendungsbezogene Wissenschaft, es können auch in größerem Umfang aktuelle, reale Daten verwendet werden. Sie lernen, dass in Situationen, die anscheinend keine klare Entscheidungen und Beurteilungen gestatten, es durchaus sinnvoll sein kann, soweit es sich um stochastische Prozesse handelt, diese durch geeignete mathematischen Modelle zu beschreiben und quantitative Aussagen über Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen bei Abläufen zu machen, deren jeweiliger Ausgang unbekannt ist.

Die Modellbildung stellt einen wesentlichen Gesichtspunkt bei der Behandlung stochastischer Themen dar. Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass es zu einer Fragestellung durchaus verschiedene Modellbildungen geben kann. Dabei sind auch die Grenzen der benutzten Modelle aufzuzeigen.

Die Begriffe Ereignis und Wahrscheinlichkeit spielen bei diesen Überlegungen eine fundamentale Rolle. Jedoch ist eine ausführliche Bearbeitung des Themas „Ereignisalgebra“ im Rahmen dieses Kurses nicht erforderlich, es genügt, die aussagenlogischen Relationen „und“ bzw. „oder“ zur Verbindung von Ereignissen zu verwenden. Der Begriff Wahrscheinlichkeit kann zunächst im Hinblick auf sich stabilisierende Häufigkeiten bei oft wiederholten Zufallsexperimenten diskutiert werden. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff sollte jedoch - auch in Grundkursen - problematisiert werden. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind so zu wählen, dass sie den empirischen Befunden entsprechen. Die axiomatische Definition (Kolmogoroff) des Wahrscheinlichkeitsbegriffs führt in Leistungskursen zu einem tieferen Verständnis des Begriffes der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Der Abbildungscharakter von Wahrscheinlichkeit, Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung erhält hier stärkeres Gewicht, spielt aber im Allgemeinen eine eher untergeordnete Rolle.

Die Binomialverteilung gilt als grundlegende Verteilungsfunktion, dennoch sollte eine Berechnung der Werte nur in Einzelfällen durchgeführt werden. Hier ist in geeigneter Weise das Arbeiten mit statistischen Tabellen oder Taschenrechnern in den Unterricht einzubeziehen. Einfache Rekursionen erlauben auch mittels programmierbarer Taschenrechner die eigenständige Berechnung der Werte der Binomialverteilung.

Sowohl im Grundkurs als auch im Leistungskurs kann das Testen von Hypothesen an vielen anwendungsorientierten Problemen ausgeführt werden. Im Grundkurs betrachtet man dabei solche Probleme, die eine Modellierung erlauben, bei der die Binomialverteilung zum Tragen kommt. Im Leistungskurs sind auch Approximationen der Binomialverteilung anzuwenden. Durch den kritischen Umgang mit Datenmaterial gewinnen die Schülerinnen und Schüler die Einsicht, dass beim Testen von Hypothesen unvermeidbar durch die Konstruktion des Testes Fehler entstehen. An Hand von Operationscharakteristiken kann verdeutlicht werden, dass eine Abhängigkeit zwischen dem Fehler erster Art und dem Fehler zweiter Art besteht.

In besonderer Weise kann in diesem Kurs das selbstständige Erarbeiten und die kritische Betrachtung der Ergebnisse durch die Schülerinnen und Schüler - aber auch das Arbeiten im Team - gefördert werden, denn auf eine strenge Abfolge der Unterrichtsinhalte kann teilweise verzichtet werden, so dass hierbei stärker die Problemorientierung als Unterrichtsprinzip zum Tragen kommt. Die Möglichkeiten, aktuelles Datenmaterial als Ergänzung zum Lehrbuch zu verwenden, sollten genutzt werden, da dadurch eine verstärkte Motivation erreicht wird und in besonderer Weise fachübergreifende und fächerverbindende Themen im Unterricht bearbeitet werden können. Zur Begründung von Sätzen reicht in den Grundkursen meist eine Plausibilitätsbetrachtung aus. In den Leistungskursen kann auf einige exemplarische Beweise nicht verzichtet werden.

Anregungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Arbeiten:

Biologie	Vererbung, Ansteckungsrisiko, Wirksamkeit von Medikamenten und Tests, Verhaltensforschung
Physik	Zerfallsvorgänge, Thermodynamik, Atommodelle
Chemie	Orbitalmodell
Fächer des gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeldes	Meinungsumfragen, Wahlprognosen, demographische Statistik (Abhängigkeiten von Merkmalen), Planungen von Verkehrseinrichtungen, Statistische Kontrollmethoden bei der Massenproduktion, Anwendung der Spieltheorie bei Lösung wirtschaftsmathematischer Fragen, Versicherungswesen
Erdkunde	Meteorologie

Q3 GK	Stochastik
--------------	-------------------

Unterrichtsinhalte:

Grundlegende Begriffe der Stochastik

Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

Kombinatorische Zählprobleme
(Zählverfahren sollten nur so weit behandelt werden, wie sie für das Verstehen der nachfolgenden Fragestellungen nötig sind.)

Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zufallsgrößen

Hypothesentest

Stichworte:

Zufallsexperimente und Ereignisse

Absolute und relative Häufigkeit, Häufigkeitsverteilungen und deren grafische Darstellungen
Lage- und Streumaße, Quantile

Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace-Wahrscheinlichkeit soll als Sonderfall erkannt werden)
Empirisches Gesetz der großen Zahlen

Additionssatz
Pfadregeln (Summe, Produkt)

Unabhängigkeit von zwei Ereignissen
Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Geordnete Stichprobe (mit/ohne Zurücklegen)
Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)

Zufallsgröße, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße

Bernoullikette
Binomialverteilung

Ein- und zweiseitiger Test
Annahmehbereich, Ablehnungsbereich
Fehler erster und zweiter Art

Querverweise:

Quantenphysik: Phy, D, Phil
Manipulation: D, E, Mu, G
Verhaltensforschung: Bio

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
Medienerziehung
Gesundheitserziehung

Q3 LK **Stochastik**

Unterrichtsinhalte:

Grundlegende Begriffe der Stochastik

Stichworte:

Zufallsexperimente und Ereignisse
 Absolute und relative Häufigkeit, Häufigkeitsverteilungen und deren grafische Darstellungen
 Lage- und Streumaße, Quantile

Wahrscheinlichkeitsbegriff (Laplace-Wahrscheinlichkeit soll als Sonderfall erkannt werden)
 Empirisches Gesetz der großen Zahlen

Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

Additionssatz
 Pfadregeln (Summe, Produkt)

Unabhängigkeit von Ereignissen
 Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Kombinatorische Zählprobleme
 (Zählverfahren sollten nur so weit behandelt werden, wie sie für das Verstehen der nachfolgenden Fragestellungen nötig sind.)

Geordnete Stichprobe (mit/ohne Zurücklegen)
 Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)

Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen

Zufallsgröße, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung

Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Zufallsgrößen (Summe oder Produkt)

Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Bernoullikette
 Binomialverteilung

Normalverteilung (Dichte- und Verteilungsfunktion)
 Näherungsformeln für die Binomialverteilung

Hypothesentest

Ein- und zweiseitiger Test
 Annahmebereich, Ablehnungsbereich, Fehler erster und zweiter Art, Operationscharakteristiken

Querverweise:

Quantenphysik: Phy, D, Phil
Manipulation: D, E, Mu, G
Verhaltensforschung: Bio

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
 Medienerziehung
 Gesundheitserziehung

5.2.4 Q4 Beispiele für Kursthemen

Didaktisch-methodische Überlegungen

Im Kurshalbjahr Q4 besteht die Möglichkeit, verstärkt fachübergreifend und fächerverbindend zu arbeiten. Um dies zu verwirklichen, sollen Kernbereiche aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik verbunden und vertieft werden. Es sollen bewusst Bezüge zwischen diesen Sachgebieten hergestellt werden.

Über die Auswahl des Kursthemas sowie über die Auswahl, Ergänzungen und Reihenfolge der den Kursthemen zugeordneten möglichen Unterrichtsinhalte entscheiden die Fachlehrerinnen und Fachlehrer in Zusammenarbeit mit den Fachkonferenzen aus methodischen und didaktischen Überlegungen.

Bei der Behandlung der Kursthemen ist sicherzustellen, dass folgende Ziele erreicht werden:

- Anwendung von erworbenen Kenntnissen bei praxisnahen Fragestellungen
- Vertiefung und Erweiterung von bearbeiteten Unterrichtsinhalten
- Aufzeigen von Querverbindungen zwischen den drei Sachgebieten

Neben innermathematischen Erweiterungen und Vertiefungen empfiehlt es sich, geeignete Anwendungsprobleme aus Technologie, Wirtschaft und Gesellschaft in Projekten zu bearbeiten. Dazu kann ein mathematisches Modell konstruiert werden, um das Ausgangsproblem darin zu bearbeiten, gegebenenfalls das Modell anzupassen und die sich ergebenden Konsequenzen zu interpretieren. Die Grenzen des Modells sind zu reflektieren. Die den Kursthemen Q4 zugeordneten möglichen Unterrichtsinhalte sind in diesem Zusammenhang als geeignete Werkzeuge für einen solchen mathematischen Modellierungsprozess zu verstehen und haben Anregungscharakter.

Im Schulcurriculum sind die Grundsätze für die Ausdifferenzierung von Grund- und Leistungskurs zu berücksichtigen (vgl. Teil A, Ziff. 3).

Q4

Beispiele für Kursthemen

Kursthemen und mögliche Unterrichtsinhalte:

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Richtungsfeld, Differentialgleichungen erster Ordnung, Existenz- und Eindeutigkeitsatz, elementare Lösungsmethoden, Differentialgleichungen zweiter Ordnung

Potenzreihen

Ganzrationale Funktionen als Näherungsfunktionen, Exponentialreihe, Potenzreihen, Taylorsche Formel, Taylorsche Reihen

Numerische Näherungsverfahren/Approximation von Funktionen

Interpolation durch Polynome, Approximationsverfahren, Fixpunkte, Newton-Verfahren, Numerische Integration (Sehnen-Trapezverfahren, Simpsonsche Regel), Regressionsmodelle

Kreis und Kugel

Kreis in der Ebene, Kugel, Ebene und Gerade, Lagebeziehungen zwischen Kugel, Ebenen und Geraden, Schnittmengen

Kegelschnitte

Vektorgleichung des Doppelkegels, Scheitelgleichung der Kegelschnitte, Arten der Kegelschnitte (Kreis, Parabel, Ellipse und Hyperbel)

Praktische Stochastik

Operations-Charakteristik (Anwendung der Binomialverteilung - Anteilstest, Anwendung der Normalverteilung - Mittelwerttest, Gütefunktion), Schätzung des Mittelwerts einer normalverteilten Grundgesamtheit, Vorzeichentest, Chi-Quadrat-Test, Monte-Carlo-Methode, Markow-Ketten, Simulationen

Determinanten und Matrizen

Lineare Gleichungssysteme und Determinanten, Determinanten und Volumen, Abbildungsmatrizen und Determinanten

Affine Abbildungen

Definition und Eigenschaften affiner Abbildungen, Darstellung affiner Abbildungen, Anwendungen in der fraktalen Geometrie

Mathematische Strukturen und Beweisverfahren

Gruppen und Körper; Beweisverfahren: direkter und indirekter Beweis; vollständige Induktion

Komplexe Zahlen

Einführung, Definition und Darstellung komplexer Zahlen; Rechnen mit komplexen Zahlen; Anwendungen

Querverweise:

Deterministisches Chaos: Phy, Inf
Naturwissenschaftliches Denken: Bio, Phy, Eth, Phil, Ch
Computergrafik: Inf, Ku
Computersimulationen: Inf, Bio, Ch, D, Phy

Berücksichtigung von Aufgabengebieten (§6 Abs. 4 HSchG):

Informations- und kommunikationstechnische Grundbildung und
 Medienerziehung
 Kulturelle Praxis
 Gesundheitserziehung

6 Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase: Q3 und Q4**Q3**

Die insbesondere in der Einführungsphase erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten bilden die Grundlage für Analysis II in Q1 und sind somit in das Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase entsprechend einbezogen.

Unbeschadet unterschiedlicher schulcurricularer bzw. in der pädagogischen Entscheidung der einzelnen Lehrkraft liegender didaktischer und methodischer Planungen der Kurse ist bezüglich der Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik am Ende von Q3 von dem im nachfolgenden Schaubild aufgezeigten Abschlussprofil auszugehen.

Q4

Am Ende der Qualifikationsphase (Q4) ergibt sich der Kenntnisstand aus dem Schaubild zu Q3 sowie dem für den Unterricht jeweils gewählten Kursthema aus Q4.

Abschlussprofil am Ende der Qualifikationsphase (Q3)

Das Abschlussprofil ergibt sich aus den Sachgebieten der Kurse Q1 bis Q3

Grundkurs	Leistungskurs (zusätzlich zum Grundkurs)
Analysis	
Differenzenquotient, Ableitung an einer Stelle	Grenzwertbegriff
Ableitungsregeln: Summenregel, Faktorregel, Produktregel, Kettenregel (lineare Verkettung)	Kettenregel (allgemein) Quotientenregel
Ableitungsfunktionen und ihre geometrischen Deutungen	Ableitung der Umkehrfunktion
Untersuchungen von Funktionen und ihrer Grafen: Symmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung Nullstellen, relative und absolute Extrempunkte, Wendepunkte Monotonieverhalten, Krümmungsverhalten	
Trigonometrische Funktionen Ganzrationale Funktionen mit Parameter Exponentialfunktionen mit Parameter	Logarithmusfunktionen mit Parameter Trigonometrische Funktionen mit Parameter (ohne Umkehrfunktion)
Tangentengleichungen	
Bestimmung von Funktionen zu vorgegebenen Bedingungen	
Extremwertaufgaben	

Bestimmtes Integral Stammfunktion Summen- und Faktorregel Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung Berechnung des Inhalts eines begrenzten Flächenstücks	Integralbegriff Begründung des Hauptsatzes Uneigentliches Integral und Anwendungen
Volumenintegral	
Integration durch lineare Substitution	Partielle Integration

Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Analytische Geometrie: Vektoren Geraden und Ebenen Parameter- und Koordinatendarstellung von Gerade und Ebene im Raum sowie Normalenform von Ebenen Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum Geradenbüschel, Ebenenbüschel Skalarprodukt Betrag eines Vektors Winkel zwischen Vektoren und Schnittwinkel zwischen Geraden und Ebenen im Raum Abstandsbestimmungen (außer bei windschiefen Geraden)	Abstandsbestimmungen windschiefer Geraden
Anwendungen des Skalarproduktes	
Lineare Gleichungssysteme: Homogene und inhomogene lineare Gleichungssysteme Systematisches Lösungsverfahren, Lösungsmenge	Vektorprodukt mit Anwendungen Struktur und geometrische Interpretation der Lösungsmenge
	Lineare Abbildungen und Matrizen: Begriff der Matrix Matrix-Vektor-Multiplikation Abbildungen Produkt von Matrizen Inverse Matrix Anwendungen

Stochastik

Ergebnis und Ereignis:
Relative Häufigkeit
Empirisches Gesetz der großen Zahlen
Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses
Laplace-Wahrscheinlichkeit

Berechnen von Laplace-Wahrscheinlichkeiten:
Geordnete Stichprobe (mit und ohne Zurücklegen)
Ungeordnete Stichprobe (ohne Zurücklegen)

Baumdarstellungen
Summen- und Produktregel

Bedingte Wahrscheinlichkeit (Baumdarstellung)
Unabhängigkeit von zwei Ereignissen

Bernoulli-Kette, Binomialverteilung
Wahrscheinlichkeitsfunktion einer Zufallsgröße
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung

Einseitiger und zweiseitiger Hypothesentest (nur mittels Binomialverteilung)

Annahmehbereich, Ablehnungsbereich
Fehler erster und zweiter Art

Unabhängigkeit von drei Ereignissen

Normalverteilung als Näherungsformel
für die Binomialverteilung, Dichte - und
Verteilungsfunktion

Einseitiger und zweiseitiger Hypothesentest (auch mittels Normalverteilung)