Übungen zur Vorlesung „Stochastik für die Informatik“

Abgabe der Lösungen zu den S-Aufgaben: Freitag, 9. November 2012, zu Beginn der Vorlesung

5. a) Wir betrachten eine rein zufällige Permutation $X = (X_1, \ldots, X_{100})$ von $1, \ldots, 100$.
(i) Wie wahrscheinlich ist es, dass X_1 in die Menge $\{1, \ldots, 10\}$ fällt?
(ii) Wie wahrscheinlich ist es, dass X_2 in die Menge $\{1, \ldots, 10\}$ fällt?
b) Die 32 Karten eines Spiels mit den 4 Farben Herz, Karo, Pique und Kreuz werden perfekt gemischt und der Reihe nach aufgeschlagen. Wie wahrscheinlich ist es, dass die zweite aufgeschlagene Karte die Farbe Karo hat?

6. S a) Sei $1 \leq b \leq n$.
i) Wieviele Permutationen von $1, \ldots, n$ gibt es, bei denen der Zyklus, der die 1 enthält, die Länge b hat und zugleich die 2 enthält?
ii) Wie wahrscheinlich ist es, dass in einer rein zufälligen Permuation von $1, \ldots, n$ die 1 und die 2 im selben Zyklus liegen?
b) Sei $X = (X_1, X_2, X_3)$ eine rein zufällige Permutation von $1, 2, 3$, und sei π die durch $\pi(1) := 3, \pi(2) := 1, \pi(3) := 2$ festgelegte Permuation von $1, 2, 3$. Ist auch $(X_{\pi(1)}, X_{\pi(2)}, X_{\pi(3)})$ eine rein zufällige Permutation von $1, 2, 3$? Begründen Sie Ihre Antwort.

7. S Wie wahrscheinlich ist es, dass eine rein zufällige $\{+1, -1\}$-Folge
(i) der Länge 10
(ii) der Länge 1000
(iii) der Länge n
in Summe 0 ergibt? Verwenden Sie die Stirling-Approximation und vergleichen Sie bei (i) mit dem exakten Wert.

8. (X_1, X_2, X_3) sei multinomialverteilt zu den Parametern $n = 10$ und $(p_1, p_2, p_3) = (1/2, 1/3, 1/6)$. Wie wahrschienlich ist das Ereignis $\{X_2 + X_3 = 5\}$?
Hinweis: Wie ist $X_2 + X_3$ verteilt?