

Übungen zur Vorlesung „Stochastik für die Informatik“

Abgabe der Lösungen zu den S-Aufgaben: Donnerstag, 25. Januar 2011, zu Beginn der Vorlesung

41. S In einem Bereich gibt es zwei Abteilungen. Die Abteilung A umfasst 20 Mitglieder, die Abteilung B 18. Daraus wurde ein 7-köpfiges Komitee gewählt, wie sich herausstellte, mit 5 Personen aus A und 2 aus B.

(i) Lässt sich aufgrund dieses Ergebnisses mit Fishers exaktem Test die Hypothese, dass die Auswahl rein zufällig zustande kam, signifikant (d.h. mit einem p -Wert kleiner als 0.05) ablehnen? Welcher p -Wert liegt vor?

(ii) Wieviele Mitglieder müsste die Abteilung B (bei Größe 20 der Abteilung A) haben, damit das Verhältnis 5:2 nach Fishers exaktem Test signifikant gegen eine rein zufällige Auswahl spricht?

42. a) In einer aus 100 Tieren bestehenden Stichprobe aus einer bestimmten Population ist der Weibchenanteil 0.48. Wenn Sie über dieses Ergebnis in der Form $0.48 \pm \Delta$ berichten: welche Zahl setzen Sie anstelle von Δ ein, und wie erklären Sie in wenigen Sätzen, was Δ hier bedeutet?

b) Wie groß hätte die Stichprobengröße n mindestens sein müssen, damit man sagen kann, dass sich ein beobachteter Anteil von 0.48 auf dem 5%-Niveau signifikant von 1/2 unterscheidet?

c) Sei n die von Ihnen in b) berechnete Stichprobengröße. Angenommen, der Weibchenanteil in der (großen) Population sei 1/2. Jemand zieht Tag für Tag eine neue Stichprobe dieser Größe n aus der Population. Wie oft kommt es im Schnitt vor, dass sich der Weibchenanteil in der Stichprobe um mehr als 0.02 von 1/2 unterscheidet?

43. Wir betrachten zwei Stichproben
 A: 4.4, 3.5, 6.3, 11.5, 7.5, 5.2, 6.7, 10.3,
 B: 4.0, 3.1, 5.0.

Es geht um die Frage, ob die Verteilungen, aus denen A und B gezogen wurden, dieselben sind, oder ob sie gegeneinander verschoben sind.

a) Was sind die Ränge von B in der Gesamtheit von A und B? (Hinweis: Gefragt ist hier nach drei Zahlen zwischen 1 und 11.)

b) Wie groß ist die Rangsumme von B?

c) Wieviele Möglichkeiten gibt es, drei aus der Gesamtheit von A und B auszuwählen, deren Rangsumme nicht größer als die unserer Stichprobe B ist?

(Hinweis: Eine dieser Möglichkeiten ist xxxoooooooo. Listen Sie auch die anderen auf.)

d) Wie wahrscheinlich ist es, dass die Rangsumme von drei zufällig aus der Gesamtheit von A und B gewählten Werte mindestens so weit an den beiden Rändern (“oben” und “unten”) liegt wie die unserer Stichprobe B?

e) Lässt sich die Hypothese “B entstand durch rein zufällige Auswahl aus der Gesamtheit von A und B” mit dem Wilcoxon-Test auf dem 5%-Niveau ablehnen?

44. S Von 10 Probanden wurde die Lungenfunktion (A) bei verringerter und (B) bei normaler Sauerstoffkonzentration gemessen. Dabei ergab sich

$$m_A = 5.4, \quad m_B = 6.1, \quad s_A = 2.3, \quad s_B = 2.2, \quad s_{A-B} = 0.86.$$

Es geht darum herauszufinden, ob die Verringerung der Sauerstoffkonzentration einen Effekt auf die Lungenfunktion hat.

a) Jemand argumentiert so: Der Wert der t -Statistik, $(m_A - m_B) / \sqrt{s_A^2/10 + s_B^2/10}$, hat Betrag < 2 , also ist die Differenz nicht signifikant. Was ist an dieser Argumentation auszusetzen? Machen Sie es besser!

b) Geben Sie ein (approximatives) Konfidenzintervall für den Erwartungswert der Differenz von A und B an. (Hinweis: $\mathbf{P}(|T_9| \leq 2.26) = 0.95..$)

