

Übungen zur Vorlesung „Stochastik für die Informatik“

Abgabe der Lösungen zu den S-Aufgaben: Donnerstag, 3. November 2011, zu Beginn der Vorlesung

1. In Russland wurde der folgende Brauch gepflegt: Ein Mädchen verknötet paarweise jeweils zwei Spitzen bzw. zwei Enden von sechs Grashalmen, die eine andere Person mit der Hand umschließt (derart, dass die Spitzen in eine Richtung, die Enden in die entgegengesetzte Richtung zeigen). Werden auf diese Weise die Halme zu einem Kreis verbunden, heiratet das Mädchen im folgenden Jahr (so die mit dem Brauch einhergehende Vorhersage). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- ein Kreis entsteht,
- in drei aufeinanderfolgenden Jahren es dem Mädchen nicht gelingt, einen Kreis zu schließen ?

2. **S** a) Aus 10 mit den Zahlen $1, \dots, 10$ nummerierten Kugeln wird 20 mal rein zufällig mit Zurücklegen gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel Nr.1 dabei nie zum Zuge kommt. An welche Grenzwertdarstellung der Zahl $1/e$ werden Sie erinnert?

b) n Punkte werden (jeder für sich) rein zufällig auf das Intervall $[0, n]$ gesetzt. Berechnen Sie für $t > 0$ die Wahrscheinlichkeit, dass dabei das Intervall $[0, t]$ leer bleibt, und deren Grenzwert für $n \rightarrow \infty$.

3. Wir betrachten das in der ersten Vorlesungsstunde diskutierte Beispiel der “zufälligen Treffer”, jetzt mit einem Flächenanteil von $p = 0.2$ und $n = 4$ rein zufällig gewählten Punkten; dementsprechend sei (mit der Notation aus der Vorlesung) $M = \frac{1}{4}(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4)$. Berechnen Sie (diesmal mit Papier und Bleistift) die Verteilungsgewichte der Zufallsvariable M .

4 **S**. Aus einem Reservoir von 100 verschiedenen Namen wird wiederholt rein zufällig ein Name gezogen. Es sei T der zufällige Zeitpunkt (d.h. die Nummer des Zuges), zu dem erstmals ein Name gewählt wird, der vorher schon einmal gewählt wurde. Berechnen Sie (i) $\mathbf{P}(T > 5)$, (ii) $\mathbf{P}(T > 10)$, $\mathbf{P}(T > 90)$ und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den in der Vorlesung diskutierten Näherungen.