Stochastik für die Informatik

Wintersemester 2011/12

Anton Wakolbinger

http://ismi.math.uni-frankfurt.de/wakolbinger/teaching/StofI1112/

Oder:

google $\longrightarrow$ “Stochastik für die Informatik” $\longrightarrow$ Hit 1

Tutorien

Mo. 10-12 Uhr	Raum 711 klein	Noela Müller
Di. 08-10 Uhr	Raum 711 klein	Marija Piljic
Di. 14-16 Uhr	Raum 903	Christina Diehl
Mi. 10-12 Uhr	Raum 902	Matthias Gärtner
Fr. 10-12 Uhr	Raum 711 klein	Philipp Klein.

Anmeldung zum Tutorium

elektronisch über die Stofi - Homepage

bis diesen Donnerstag 24 Uhr

Vorlesung 1a

Ereignisse, Wahrscheinlichkeiten,

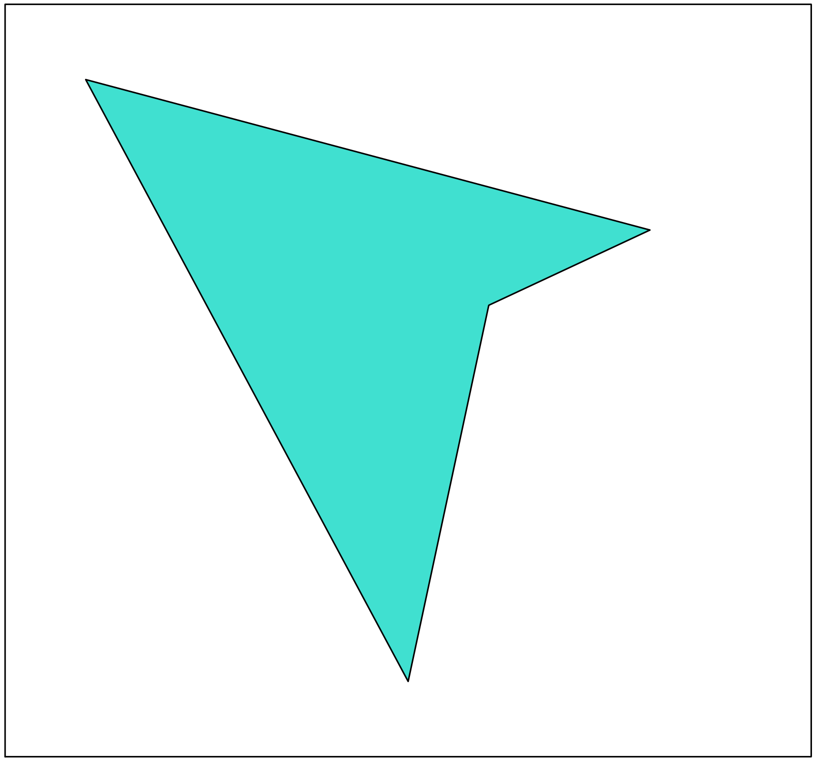
Zufallsvariable, Verteilungen:

Vorlesung 1a

Ereignisse, Wahrscheinlichkeiten,

Zufallsvariable, Verteilungen:

Ein Beispiel



Wie groß ist der Anteil der blauen Fläche

an der Fläche des Quadrats?

Angenommen wir haben ein Werkzeug,

das einen **rein zufälligen Punkt** im Quadrat erzeugt

– und das nicht nur einmal, sondern “immer wieder neu”.

X ist *rein zufälliger Punkt aus* S

bedeutet:

Für jede “messbare” Teilmenge A von S ist

$$\mathbf{P}(X \in A) = \frac{\text{Fläche von } A}{\text{Fläche von } S}$$

lies:

die Wahrscheinlichkeit, dass X in A fällt

$\mathbf{P}$ steht für **probabilitas** (= Wahrscheinlichkeit)

Wir haben nicht nur *einen* rein zufälligen Punkt,

sondern sogar

eine *rein zufällige Folge* $(X_1, X_2, ...)$

von Punkten in S.

Sei $A \subset S$.

$$Z_i := \mathbf{1}_A(X_i), \quad i = 1, 2, \ldots$$

zählt, ob X_i in A fällt.

Dabei ist

$$\mathbf{1}_A(x) = \begin{cases} 1 \text{ für } x \in A \\ 0 \text{ für } x \in S \setminus A \end{cases}$$

Z_i ist der *Indikator des Ereignisses "X_i fällt in A"*.

Alternative Schreibweise: $I_{\{X_i \in A\}}$

Die zufällige Zahl

$$M := \frac{1}{100}(Z_1 + \cdots + Z_{100})$$

ist ein *Schätzer* für die Wahrscheinlichkeit

$$p := \mathbf{P}(X \in A)$$

(und damit für den gefragten Flächenanteil).

Der *Wertebereich* von M

(d.h. die Menge der möglichen Ausgänge) ist

$$S' := \left\{ \frac{0}{100}, \frac{1}{100}, \ldots, \frac{99}{100}, \frac{100}{100} \right\}$$

Eingangs hatten wir uns (für $p = 0.195$) erst einmal

eine Realisierung von M verschafft.

Die Verteilung von M ist bestimmt durch Gewichte

$$\rho(b) := \mathbf{P}(M = b), \quad b \in S'$$

Davon hatten wir uns ein Bild gemacht,

indem wir 10000 “unabhängige Kopien” von M erzeugten

und plotteten, wie oft welche Ausgänge realisert wurden.

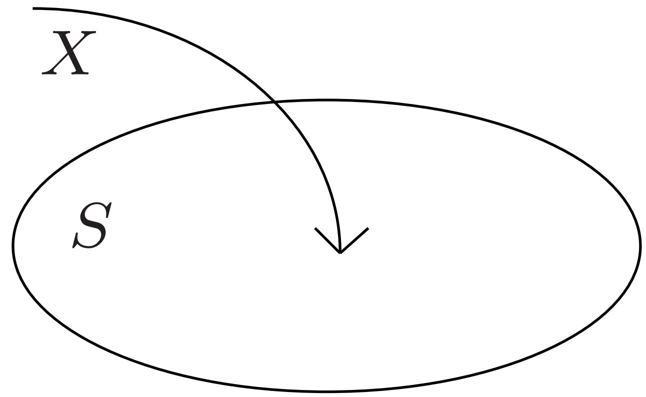
Die 101 möglichen Ausgänge von M

sind (bei weitem) nicht gleich wahrscheinlich:

die Verteilung von M “ist um p konzentriert”.

Zusammenfassung
der wichtigsten Begriffe
der ersten Stunde:

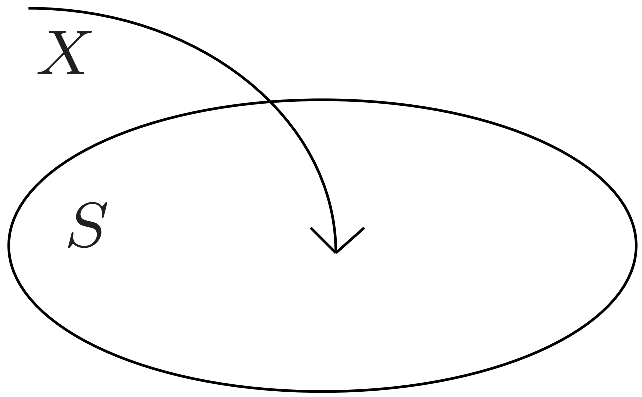
Ein Logo der Elementaren Stochastik:



X ... zufällige Wahl eines Elements aus S

S ... Menge von möglichen Ausgängen

Ein Logo der Elementaren Stochastik:

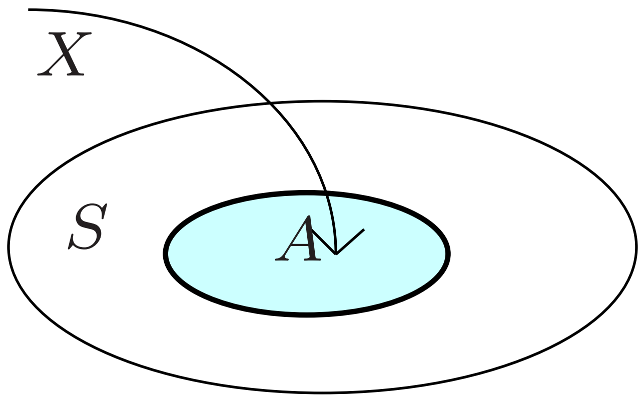


X ... **Zufallsvariable**

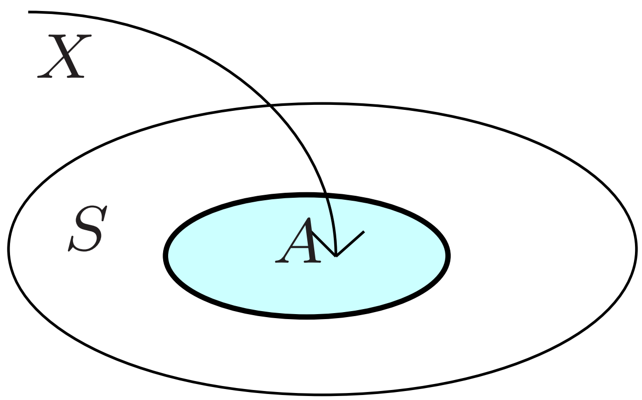
mit *Zielbereich (Wertebereich)* S

Wir interessieren uns für die *Wahrscheinlichkeit*

des *Ereignisses* “X fällt in A”



Dabei ist A eine bestimmte Teilmenge von S.



Ereignisse werden (wie Mengen)

in geschweiften Klammern notiert:

$$\{X \in A\}$$

Lies:

“X fällt in A”.

X *rein zufällig*

heißt im Fall einer *endlichen* Menge S:

alle Elemente von S haben die gleiche W'keit

gewählt zu werden.

Dann ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses "X fällt in A":

$$\mathbf{P}(\{X \in A\}) = \frac{\#A}{\#S}.$$

Statt $\mathbf{P}(\{X \in A\})$ scheiben wir kurz:

$$\mathbf{P}(X \in A).$$