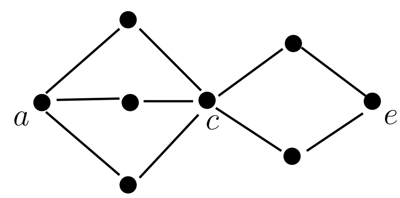
Übungen zur Vorlesung „Elementare Stochastik"

Abgabe der Lösungen zu den S-Aufgaben: Dienstag, 7. Juli 09, zu Beginn der Vorlesung

49 S. Wir betrachten eine gewöhnliche Irrfahrt auf dem skizzierten Graphen. Bei dieser erfolgt der nächste Schritt jeweils zu einem rein zufällig ausgewählten Nachbarknoten. Was ist bei Start in c die erwartete Anzahl von Schritten, bis erstmals ein Element der Menge $\{a, e\}$ getroffen wird?



50 S. In einem fairen Münzwurf kommen K (Kopf) und W (Wappen) jeweils mit Wahrscheinlichkeit 1/2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Muster WWK vor dem Muster KK kommt.

51. Wir betrachten eine Markovkette auf $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, deren Übergangswahrscheinlichkeiten gegeben sind durch $P((k,\ell),(k+1,\ell)) = \frac{k}{k+\ell}$, $P((k,\ell),(k,\ell+1)) = \frac{\ell}{k+\ell}$. (Wie in alten Zeiten sprechen wir von den beiden Komponenten k und ℓ als Ost und Nord.)
Wie wahrscheinlich ist es, bei Start in $(1,4)$
(i) erst 3 Schritte nach Norden und dann 5 Schritte nach Osten zu machen
(ii) erst 5 Schritte nach Osten und dann 3 Schritte nach Norden zu machen
(iii) durch den Punkt $(4,9)$ zu kommen ?

52. In zwei verschlossenen Schachteln liegen jeweils a bzw. b Euro, wobei a und b verschiedene natürliche Zahlen sind. Petra behauptet: *„Ich kenne eine Methode, mit der ich nach Öffnung einer zufällig ausgewählten Schachtel, ohne Öffnen der anderen Schachtel, mit Wahrscheinlichkeit* $> \frac{1}{2}$ *richtig entscheiden kann, ob das die Schachtel mit dem größeren Betrag war."* Paul ist baff. Petra wird konkreter. *„Sagen wir, in der geöffneten Schachtel sind* X *Euro. Ich werfe eine faire Münze so lange bis zum ersten Mal Kopf kommt und setze* $V :=$ *„Anzahl meiner Würfe plus* $\frac{1}{2}$*". Ist* $V < X$*, dann sage ich, dass in der gewählten Schachtel der größere Betrag ist."* Paul ist noch immer skeptisch. Hat Petra recht?