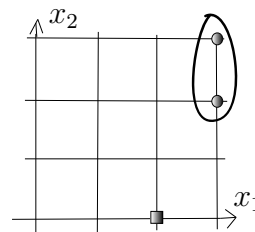


Übungen zur Vorlesung „Elementare Stochastik“

Abgabe der Lösungen zu den S-Aufgaben: Freitag, 29. April 2011, zu Beginn der Vorlesung

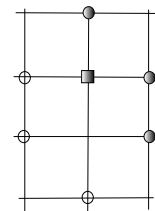
1. Von 12 Zahlen sind 7 positiv und 5 negativ. Zwei Zahlen werden zufällig ohne Zurücklegen gezogen und multipliziert. Ist es günstiger, auf ein positives oder auf ein negatives Produkt zu setzen?

2.S a) (Eine Nordost-Irrfahrt auf den Spuren Pascals.) Ein Wanderer irrt durch $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$: er erhöht in jedem Schritt per (fairem) Münzwurf entweder seinen x_1 - oder seinen x_2 -Wert um 1, d.h. er geht in jedem Schritt mit W'keit $1/2$ nach Osten und mit W'keit $1/2$ nach Norden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sein Weg, wenn er in $(2, 0)$ startet, die Menge $\{(3, 2), (3, 3)\}$ (d.h. genauer: mindestens ein Element dieser Menge) trifft.



b) (Eine Nordost-Irrfahrt mit Drift nach Norden.) Wie ist die Wahrscheinlichkeit des in a) beschriebenen Ereignisses, wenn der in $(2, 0)$ startende Irrfahrer von jedem Punkt aus mit W'keit $1/4$ nach Osten und mit W'keit $3/4$ nach Norden schreitet?

c) Wir betrachten jetzt eine *gewöhnliche Irrfahrt* auf $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$; bei dieser erfolgt der nächste Schritt jeweils zu einem aus den vier Nachbarpunkten rein zufällig ausgewählten. Der Startpunkt sei $(1, 2)$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft die Irrfahrt die Menge $\{(1, 0), (0, 1), (0, 2)\}$ vor der Menge $\{(2, 1), (2, 2), (1, 3)\}$?



3.S n Objekte werden rein zufällig auf r Plätze gesetzt (mit erlaubter Mehrfachbesetzung).

a) Warum ist für große n und r mit $n = 6r$ die Zahl e^{-6} eine gute Näherung für die Wahrscheinlichkeit, dass Platz 1 leer bleibt?

b) Wie groß darf bei $r = 10000$ die Zahl n höchstens sein, damit Platz 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.95 leer bleibt?

4. Wie wahrscheinlich ist es, bei drei Würfeln mit einem gewöhnlichen Würfel lauter verschiedene Augenzahlen zu bekommen? Vergleichen Sie das Ergebnis mit den in der Vorlesung diskutierten Näherungen.