Übungen zur Vorlesung
„STOCHASTIC PROCESSES
Concepts and Applications“

<http://ismi.math.uni-frankfurt.de/dinges/teaching/>

Datum: 16.5.03

Abgabe Di, 27.5.03 in der Vorlesung

Aufgabe 10 : (“Persistence of bad luck”)

Ein Zufallsmechanismus liefert unabhängig in $[0, 1]$ gleichmäßig verteilte Zufallsgrößen

$$U_0, U_1, U_2, \dots$$

Wir betätigen ihn so lange, bis wir zum ersten Mal den Wert U_0 übertreffen.

T bezeichne die Länge der Versuchsserie (Werte $\in \{0, 1, 2, 3, \dots, +\infty\}$).

Zeigen Sie $\text{Ws}(T < \infty) = 1$, $\mathcal{E}T = +\infty$.

Hinweis : $\{T > n\}$ ist das Ereignis, das darin besteht, dass von den Zufallsgrößen

$$U_0, U_1, \dots, U_n$$

das U_0 den größten Wert liefert. Also gilt

$$\text{Ws}(T > n) = \frac{1}{n+1} \quad \text{für } n = 1, 2, \dots$$

Aufgabe 11 :

Betrachte die einfache symmetrische Irrfahrt auf $[0, 1, \dots, N]$ mit den absorbierenden Zuständen 0 und N .

Zeigen Sie: Die exzessiven Funktionen sind die nichtnegativen konkaven Funktionen.

Aufgabe 12 :

Die meisten Tennisspieler beherrschen zwei Arten des Aufschlags, einen riskanten und einen „Sicherheitsaufschlag“. Der riskante Aufschlag „kommt“ mit geringerer Wahrscheinlichkeit p_r , führt aber, wenn er kommt, mit hoher Wahrscheinlichkeit r zu einem Punkt. Der Sicherheitsaufschlag „kommt“ mit größerer Wahrscheinlichkeit p_s , führt aber, wenn er kommt, mit nicht so großer Wahrscheinlichkeit s zu einem Punkt.

Unter welchen Umständen lohnt es sich, es zuerst mit dem riskanten Aufschlag zu versuchen und, wenn der nicht kommt, den sichereren zweiten Aufschlag zu spielen?

Zeichnen Sie Bäume!