

Theoretische Informatik I

Blatt 9, 16.12.2004, Abgabe 04.01.2005 in der Vorlesung

Aufgabe 30. Sei $G = (V, E)$ Graph mit Länge $\ell : E \rightarrow \{0, 1, \dots, W - 1\}$.
 Zeige, dass D_S in Dijkstra's Alg. für jedes S nur $W + 1$ Werte annimmt.
 Modifiziere Dijkstra's Alg. so, dass er in $O(W|V| + |E|)$ RAM-Schritten läuft.
Hinweis: Teile $V \setminus S$ in Buckets mit gleichen D_S -Werten.

Aufgabe 31. Modifiziere den Alg. zu Aufgabe 30 so, dass er in
 $O(|V| \log_2 W + |E|)$ RAM-Schritten läuft.
Hinweis: Ordne die Buckets in einen Heap.

Aufgabe 32. Sei

$$T(n) \leq \begin{cases} c n & \text{für } n \leq n_0 \\ T(\lfloor an \rfloor) + T(\lfloor bn \rfloor) + c \cdot n & \text{für } n > n_0 \end{cases}$$

Gebe möglichst gute asymptotische obere Schranken für $T(n)$ an. Es gelte
 $0 < a, b < 1$. Betrachte die Fälle $a + b = 1$, $a + b < 1$, $a + b > 1$.

Aufgabe 33. Sei $G = (V, E)$ Graph ohne Zyklus negativer Länge,
 $\ell : E \rightarrow \mathbf{R}$, $V = \{1, \dots, n\}$. Zeige die Korrektheit folgender Variante von
 Floyd-Warshall:

1. Berechne $D_{i,j} := \bar{D}_{i,j}^{(0)}$ für $1 \leq i, j \leq n$

2. FOR k = 1, ..., n DO

FOR i = 1, ..., n DO

FOR j = 1, ..., n DO

$$\bar{D}_{i,j} = \text{MIN}(\bar{D}_{i,j}, \bar{D}_{i,k} + \bar{D}_{k,j})$$

OUTPUT $D_{i,j} :=$ minimale Weglänge von i nach j .

Punktzahlen 6, 6, 6, 6