Diskrete Mathematik

Blatt 1, 15.04.2010, Abgabe 22.04.2010, 12.10 Uhr

Aufgabe 1. Berechnen Sie den ggT von 2004 und 1492, und lösen Sie $\mathrm{ggT}(2004, 1492) = u2004 + v1492$ mit $u, v \in \mathbb{Z}$. **4 Punkte**

Aufgabe 2. Geben Sie, sofern möglich, jeweils eine ganzzahlige Lösung der folgenden Gleichungen an:

1. $91x + 221y = 15$, 2. $91x + 221y = 52$. **4 Punkte**

Aufgabe 3. Sei $(F_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ die durch $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$, $i \geq 2$ definierte Fibonacci-Folge.

1. Zeigen Sie, dass der Euklidische Algorithmus bei Eingabe von $m = F_{j+2}$, $n = F_{j+1}$ $(j \in \mathbb{N})$ genau j Divisionen ausführt.
2. Zeigen Sie für $i \in \mathbb{N}_0$: $F_i = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^i - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^i\right)$.
3. Folgern Sie, dass der Eukl. Alg. bei der Eingabe $m > n > 0$ höchstens $c \ln(n\sqrt{5})$ Divisionen benötigt, wobei $c = (\ln \frac{1+\sqrt{5}}{2})^{-1} \approx 2.08$. **6 Punkte**

Aufgabe 4. Zeigen Sie folgende Rechenregeln für ggT:

1. $\mathrm{ggT}(a, b) = \mathrm{ggT}(b, a - bq)$ für $a, b, q \in \mathbb{Z}$.
2. $\mathrm{ggT}(a_1, \ldots, a_r) = \mathrm{ggT}(\mathrm{ggT}(a_1, \ldots, a_{r-1}), a_r)$ für $r \geq 3$.
3. Für $a, b, c \in \mathbb{Z}$ mit $\mathrm{ggT}(a, c) = 1$ gilt $\mathrm{ggT}(ab, c) = \mathrm{ggT}(b, c)$ **6 Punkte**

Die Abschlussklausur findet am Donnerstag, den 15. Juli, 12–14 Uhr statt, Nachklausur am Donnerstag, den 23. September 12–14 Uhr.
Voraussetzung zur Klausurteilnahme ist aktive Teilnahme an den Übungen, mit Vortrag und 40% der erreichbaren Übungspunkte.
Abgabe von Übungen in Zweiergruppen derselben Übungsgruppe ist zuässig.

Übungsgruppen:

Nr.	Zeit	Raum	Tutor
1	Mo 14–16	711 klein	Suma
2	Di 10–12	903	Galatsanos–Dück
3	Mi 12–14	310	Mahyar Behdju
4	Do 10–12	902	Maziar Behdju

Die Räume sind in der Robert–Mayer–Str. 6-10